TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA

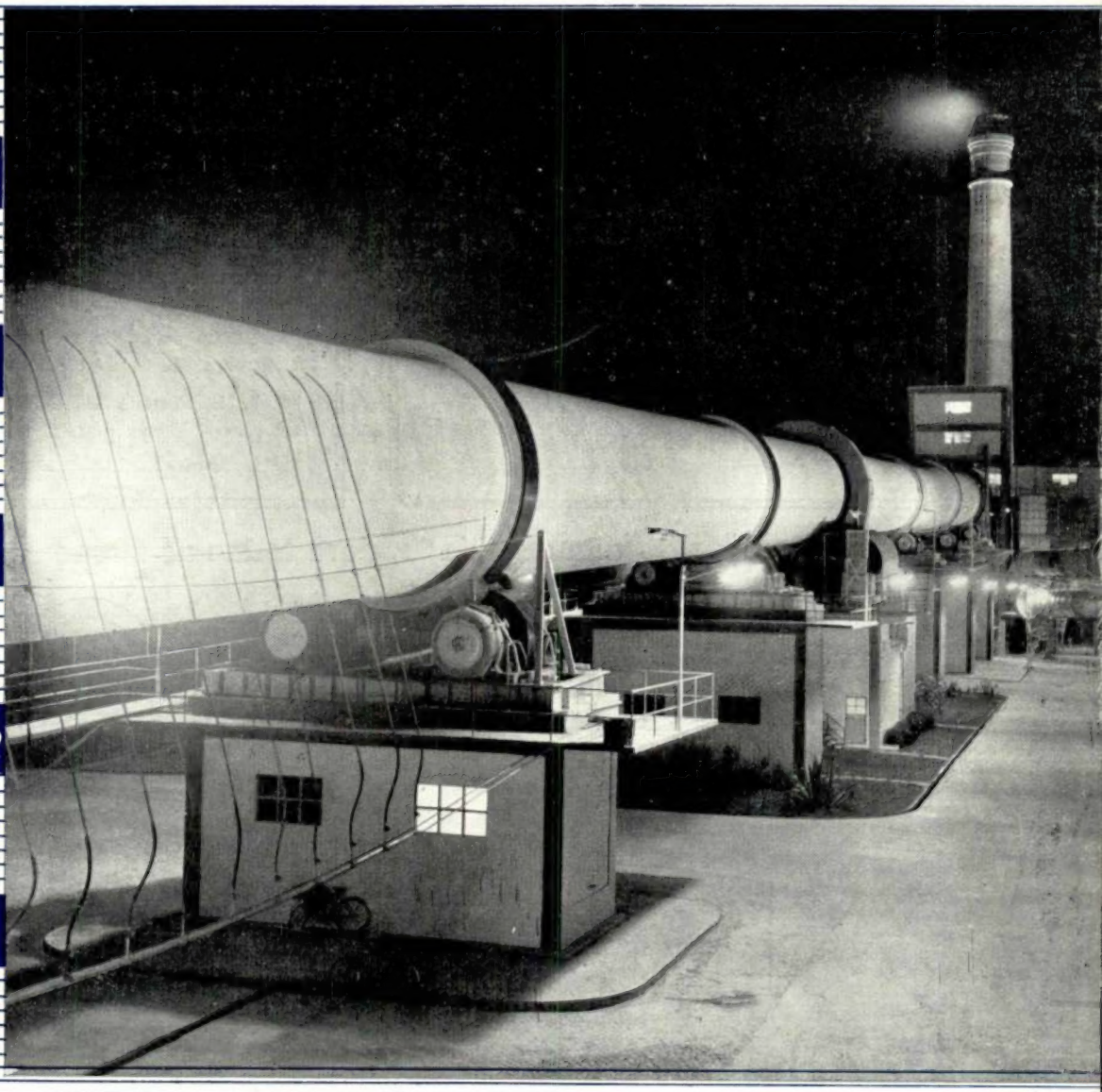
economia

tecnologia

sociologia

investigação

pedagogia



OUTUBRO 1960

305

Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 028824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 28201/2/3

Desde o
Distrito de **VIANA DO CASTELO**
ao de **LEIRIA** e nos Distritos
de **SETÚBAL** e **ÉVORA** as

FÁBRICAS
CIDADES
VILAS e
ALDEIAS portuguesas

são abastecidas de

ELECTRICIDADE

para

FORÇA MOTRIZ E TODOS OS USOS INDUSTRIAIS, LUZ, ETC., a TARIFAS MUITO VANTAJOSAS e com as maiores facilidades,

pela

UNIÃO ELECTRICA PORTUGUESA

e produzidas nas CENTRAIS:

Térmica do FREIXO	22.000 CV
Hidráulica do LINDOSO.....	100.000 CV
Térmica da CACHOFARRA...	14.000 CV

Os Escritórios da UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA são:

NO PORTO Rua Duque de Loulé, 148
EM LISBOA Rua Rosa Araújo, 35

4 papeis suiços de alta qualidade, para todas as necessidades técnicas

DÉPOSÉ SIHL SUPERBUS

Papel de desenho mate e acetinado granitado para aguarelas.

SIRIUS

Papel de desenho acetinado.

ASSISTENT

Papel de desenho mate.

Utoplex

Papel vegetal mate e acetinado.

Exija expressamente Papel Sihl
Papeteries Zuricoises sur Sihl Zurich

SIHL

Representantes em Portugal:
E. BRUNNER & CA., LDA., Rua de Aviz, 13, Porto
Distribuidores: DETÉCNICA
— Equipamentos Técnicos de Desenho, Ld.ª
Av. de Berna, 46-1.º D Telef. 765321

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXIV - N.º 305 Outubro de 1960

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

DIRECTOR

JORGE GONÇALVES CALADO

ADMINISTRADOR

HENRIQUE TELLES ANTUNES

REDACTORES

JOSÉ FERNANDO PINHARANDA

CARLOS PENA

ANTÓNIO JOSÉ FALCÃO

RAMIRO CONFRARIA PEREIRA

NUMERO AVULSO 12$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	32$50	50$00	95$00
Ultramar Português e Espanha	—	55$00	100$00
Estrangeiro	—	80$00	110$00

EDITOR E PROPRIETÁRIO

ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

COMPOSTO E IMPRESSO NA

Tip. JORGE FERNANDES, L.DA

RUA CRUZ DOS POIAIS, 103

LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Forno n.º 5, actualmente o maior em marcha na indústria cimenteira mundial — Companhia «Cimento Tejo».

Págs.

Valorização individual e progresso colectivo

Pelo Eng.º Luís A. de Almeida Alves 1

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e consumo de energia na rede eléctrica nacional** . . . . . 6 e 54

Bases teóricas para a determinação experimental do espectro de potência

Pelo Prof. Manuel José de Abreu Faro 7

Problemas do estado plástico

Pelo Eng.º Manuel Frias de Almeida e Sá 13

Reacções químicas sucessivas de primeira ordem — Constantes cinéticas

Por A. J. Garras da Silva Pinto 23

Cálculo à rotura de estruturas heterogéneas ortotrópicas

Pelos Prof.res W. Olezak e A. Sawczuk 31

A Companhia «Cimento Tejo» inaugurou o maior forno de cimento do Mundo 47

Biblioteca 55

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

Pág.

A

Ad. M. Elias (Herdeiros) XXXIX
Anhydro XXXI
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XLII
Azevedo & Pessi, Ltd. XXXIX

C

Caldeiras Barès XLIV
C. Deilmann Bergbau XXXVI
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . XII
Companhia de Cimentos «Tejo» . . XLIX
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XIV
Companhia Portuguesa dos Petróleos BP XLIII
Companhia União Fabril XVIII
Construções Técnicas, Ltd.ª XXIX
C. Santos, Ltd.ª . . . . . VI e XV
Cruz & Cruz, Lda. XXXIV
Ceresite XLIX

D

Detécnica . . . . . 2.ª da capa

E

Electro-Arco, Ltd.ª IX
EFAACEC XXX
Electrotécnicos Reunidos XXXVIII
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XIX
Empresa Electro Cerâmica XI
Empresa Nacional de Aparelhagem Eléctrica XXII
Empresa de Produtos Asfálticos . . . VII
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XIII
Eng.º Augusto Cavaco XLIX
Estabelecimentos Herold XLVI

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XXXVIII
Filtrol, Lda. XXIV

G

Guedes & Almeida, Lda. XLVIII

H

Henriques & Castro, Ltd.ª XII
Hidrel XXXVI

J

Jayme da Costa, Lda XXV

Pág.

K

Kellogg International Corporation XL

M

MAN XXVI
Máquinas de Precisão, Ltd.ª XLVII
Martin Leslie & C.ª Lda. XXIV
Monteiro Gomes, Ltd.ª VIII

O

Ocidente — Importador e Exportador, Lda. XXXIV

P

Papelaria Fernandes XXIII
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

R

REBEL XXXII

S

S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XVII
Soabal, Ltd. XXXIII
Shell XXVII
SMEIA . . . . . IV e XLV
Soc. Comercial Romar, Lda. XXVIII e XLV
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade Fabril de Matérias Plásticas XX
Sociedade Portuguesa Cavan IX
Socotel V
Sonap XLI
Sondagens Ródio, Ltd.ª IX
Standard Eléctrica X
Sociedade de Construções Amadeu Gaudêncio XLIX
Sociedade de Electricidade Brown Boveri . . . . . 4.ª da capa
Sociedade Industrial Metalúrgica . XLIX
Sociedade Michaelis de Vasconcellos XVI

T

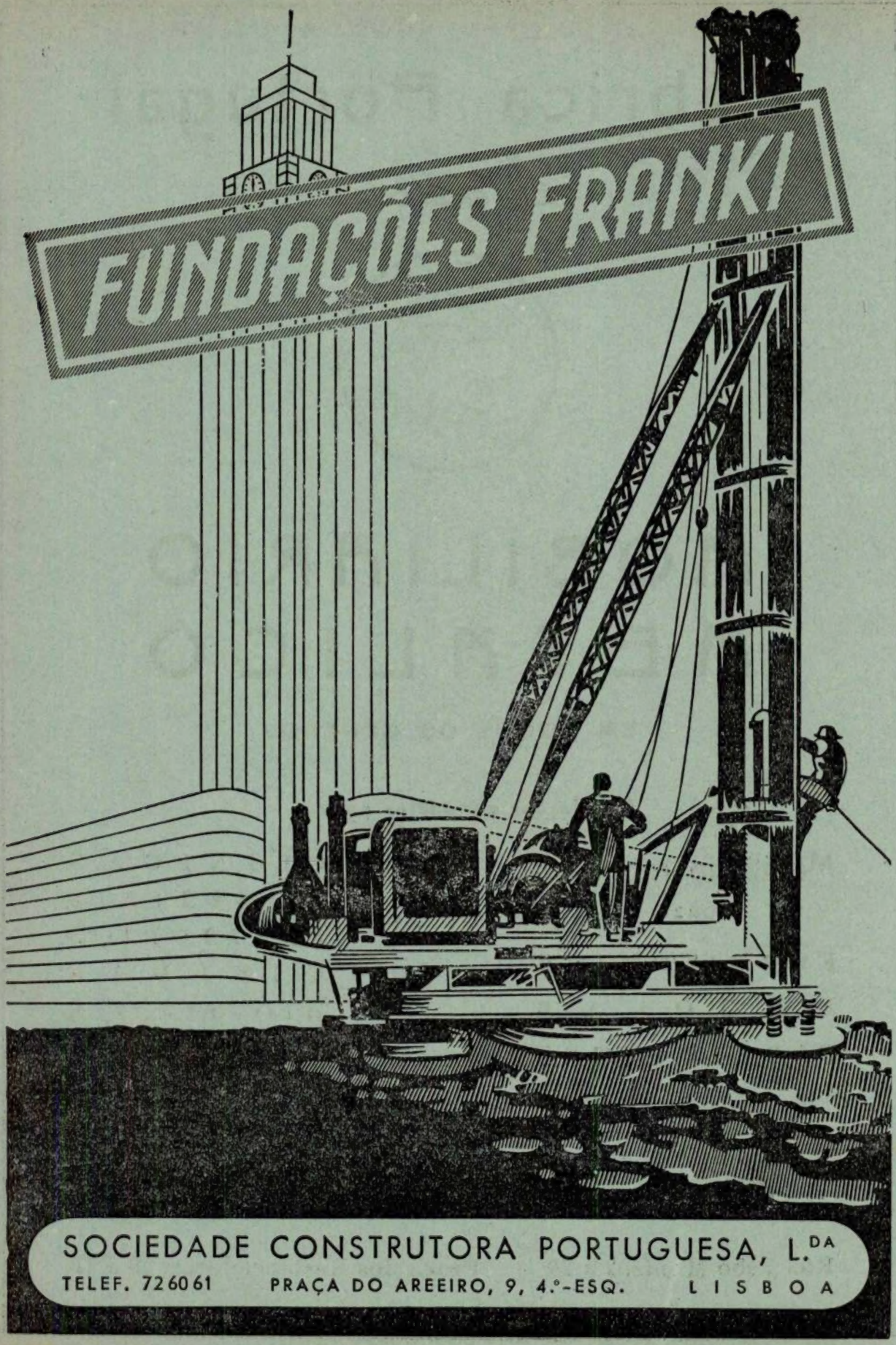
Terrys XXXVII

V

Vasco Pessoa, Lda XXXVI

W

Wild Portugal, Lda. XXI


FUNDAÇÕES FRANKI
SOCIEDADE CONSTRUTORA PORTUGUESA, L.DA
TELEF. 726061
PRAÇA DO AREEIRO, 9, 4.º-ESQ.
LISBOA

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

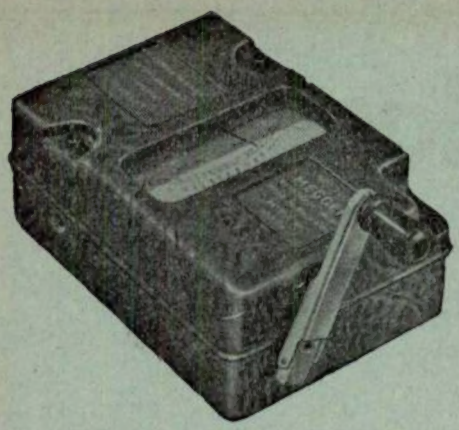
Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLINICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57



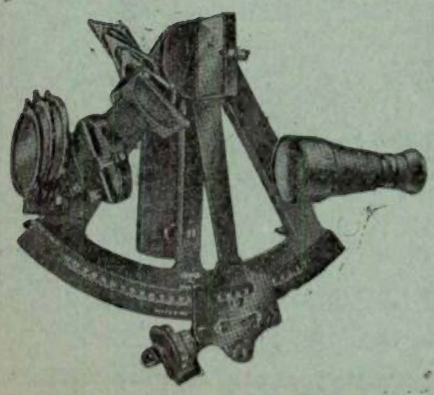
PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

GRANDE SORTIDO DE INSTRUMENTOS DE PRECISÃO, CIENTÍFICOS E INDUSTRIAIS

PARA

- ENGENHEIROS
- ARQUITECTOS
- CONSTRUTORES
- TOPÓGRAFOS
- DESENHADORES
- LABORATÓRIOS
- ESCOLAS
- OFICINAS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 24314
TELEG.: TECNA



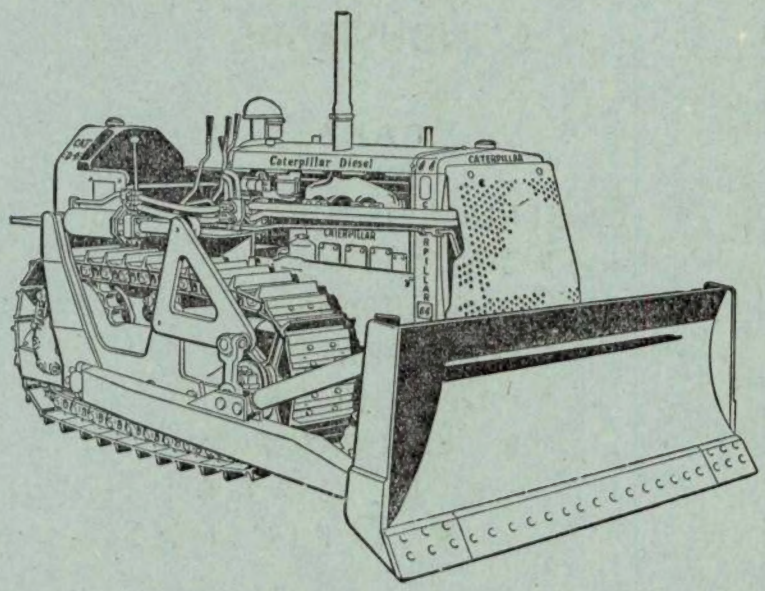
Caterpillar

Caterpillar e Cat são marcas registadas da Caterpillar Tractor C° dos E.U.A.

Tractores de rasto contínuo, com motor Diesel, de 65 a 335 H. P.

Equipamento industrial para a maioria dos trabalhos de movimentação de terras

Os tractores que merecem a preferência dos maiores empreiteiros portugueses



Tractor Caterpillar* D 4, equipado com lâmina de bulldozer CAT* 4 S

Peça informações e uma demonstração ao agente exclusivo

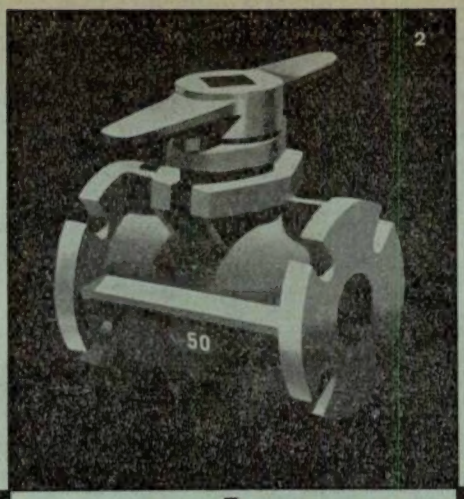
SMEIA

SOCIEDADE DE MECANIZAÇÃO INDUSTRIAL E AGRÍCOLA

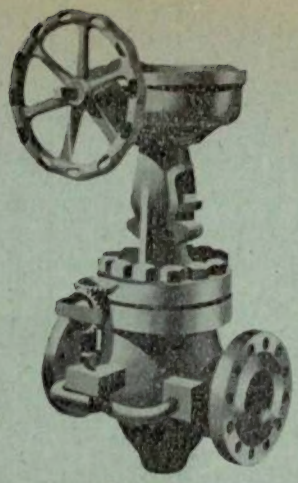
S. A. R. L.

Avenida P. Manuel da Nóbrega, 8-B ✦ Telef. 72 40 53-4-5 ✦ LISBOA

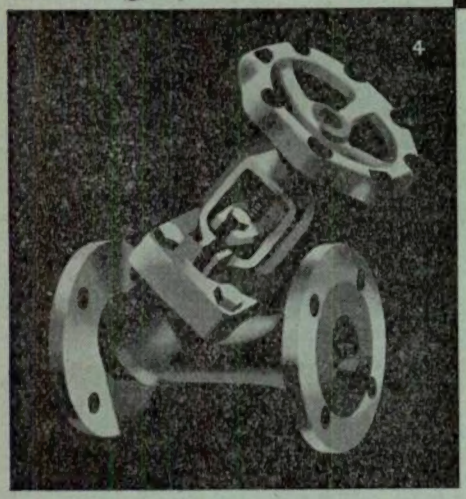
1



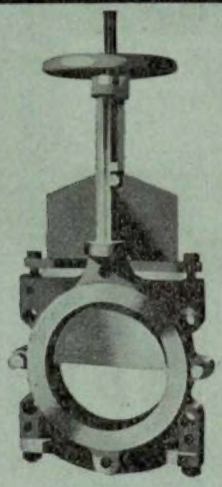
2



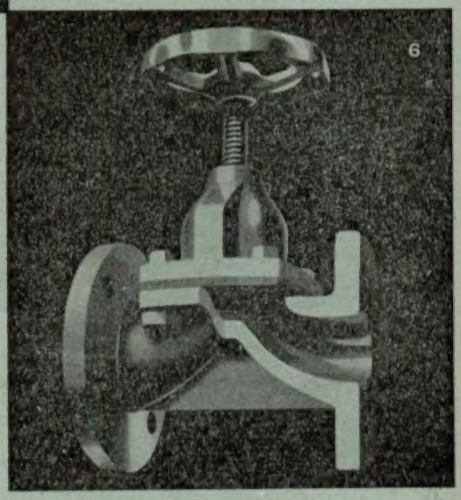
3



4



5



6

7

Válvulas indústriais para todos os fluídos, pressões e temperaturas

Fazem parte do nosso programa de fabrico:

1
Válvula de cunha PN 16, 25 e 40 atm., para água sobreaquecida, vapor e líquidos que ofereçam dificuldades de estanqueidade, para temperaturas de serviço superiores a 120 °C, em ferro fundido ou aço vazado. Estanqueidade permanente.

2
Torneira em Silacid, resistente a quási todos os ácidos empregados na indústria química.

3
Válvula de corrediça de alta pressão, para todas as pressões e temperaturas que intervenham na indústria, em aço vazado normal ou aço vazado resistindo à fluência.

4
Válvula de passagem livre para ácidos PN 10 atm. em ferro fundido ou aço vazado inoxidável resistente aos ácidos.

5
Válvula para substâncias pastosas, com aplicação na indústria da celulose e do papel assim como na indústria química.

6
Válvula de membrana em borracha para todos os líquidos, em especial para os alcalis, ácidos e água. Temperaturas até 100 °C. Não tem empanque.

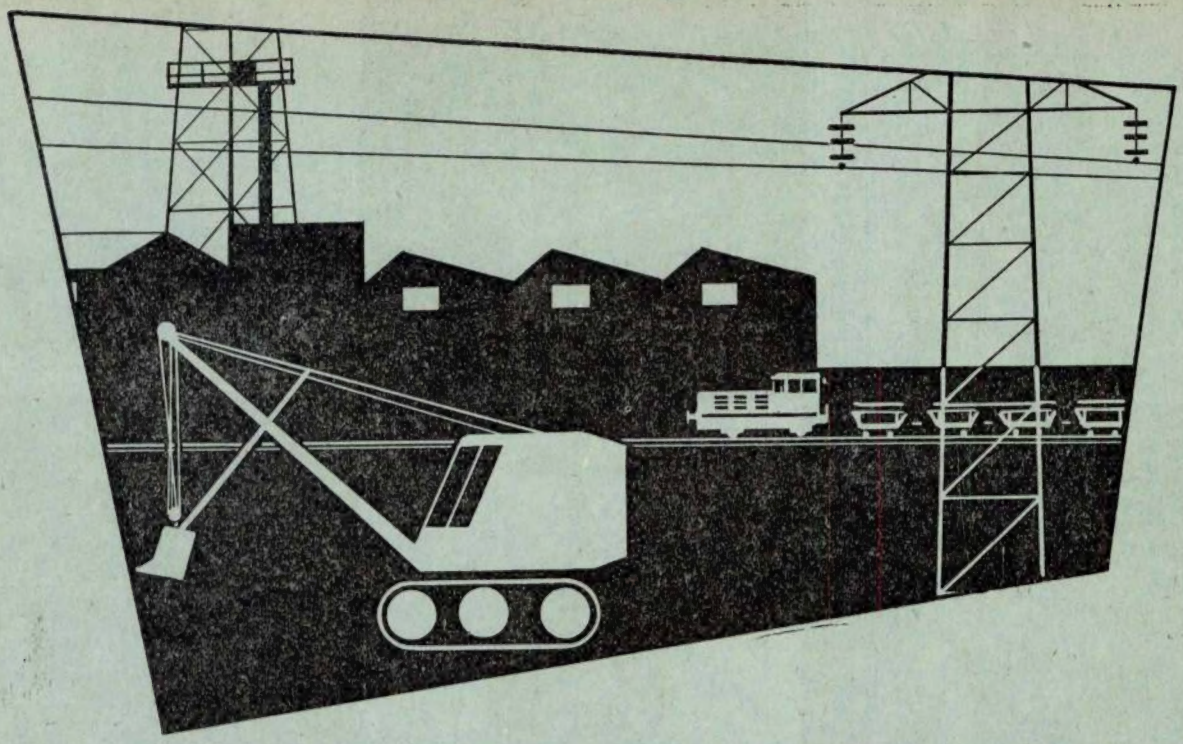
7
Válvula de cunha sem empanque PN 6, 10 e 16 atm. para água fria, água quente, vapor, ar comprimido, vazio e óleo, para temperaturas de serviço até 120 °C.

De Roll

Société des
Usines de Louis de Roll S.A.
Fábricas de Klus, Klus (Suiça)

Representantes em Portugal:
Socotel, Lda.
Rua Sá da Bandeira, 651-4°. Esq.
Porto — Telef. 27013

21F



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS - ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º ✦ TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

IMPERMEABILISADOR

IMEPA

RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º - LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

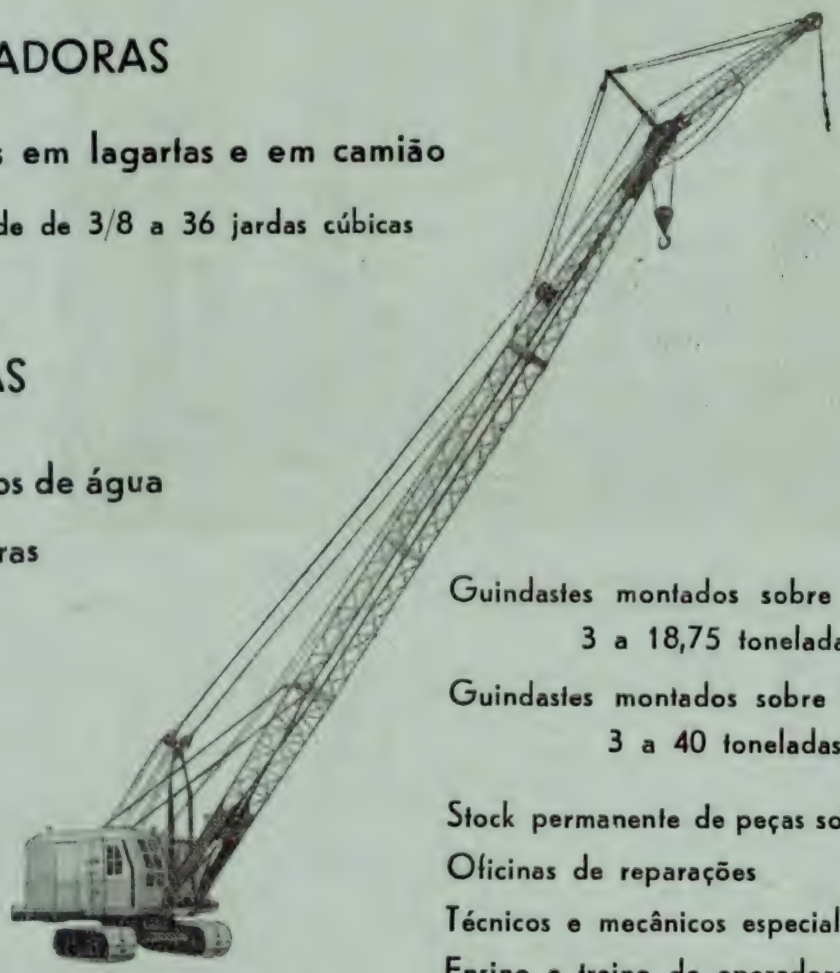
ESCAVADORAS

RUSTON-BUCYRUS, LTD.

E

BUCYRUS-ERIE & CO.

125 unidades vendidas em Portugal e no Ultramar



ESCAVADORAS

montadas em lagartas e em camião

capacidade de 3/8 a 36 jardas cúbicas

SONDAS

para poços de água

e pedreiras

Guindastes montados sobre camião de 3 a 18,75 toneladas

Guindastes montados sobre lagartas de 3 a 40 toneladas

Stock permanente de peças sobressalentes

Oficinas de reparações

Técnicos e mecânicos especializados

Ensino e treino de operadores

Representantes exclusivos para Portugal e Ultramar

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

Rua Cascais, 47 (Alcântara)

LISBOA

PORTO LUANDA LOURENÇO MARQUES

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS

MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

MANILHAS PARA ESGOTOS

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A

TELEF. 47812-50129

LISBOA

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA

LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649

PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

SONDAGENS RÓDIO, L.DA
LISBOA

RUA S. MAMEDE AO CALDAS, 22, 3.º

Telefones: 28685 - 26865 ✦ Telegramas: SETANSOL

RODIO

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Engenheiro Chefe: **Walter Weyermann**

Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

Fábrica com quatro linhas de fabrico

sendo uma delas das mais modernas da Europa

Para obras hidráulicas e de responsabilidade preferir o

CIMENTO TEJO

Companhia «Cimento Tejo»

Rua da Vitória, 88-2.º — Telef. 28953 — LISBOA

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

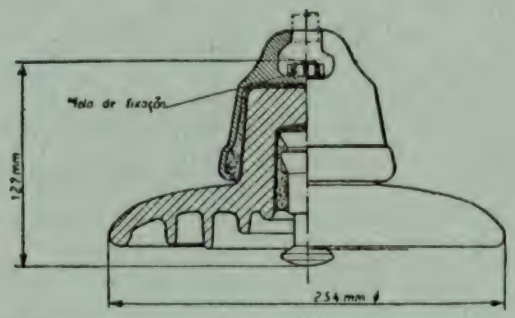
Candal — Gaia

ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos



Peso aproximado:
4,3 kg cada elemento

Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Sede — Largo Barão de Quintela, 3 — LISBOA

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

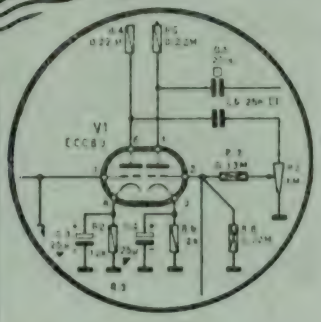
Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

STOJOS DE DESENHO
DE
AÇO CRÓMIO
INOXIDÁVEL
WILD
HEERBRUGG
UM PRODUTO SUIÇO
DE PRECISÃO
À venda nas boas casas da especialidade

EQUIPAMENTO DE AMPLIFICAÇÃO DE GOM

BEM CONCEBID
CALCULAD
CONSTRUID



LESA

A grande marca italiana

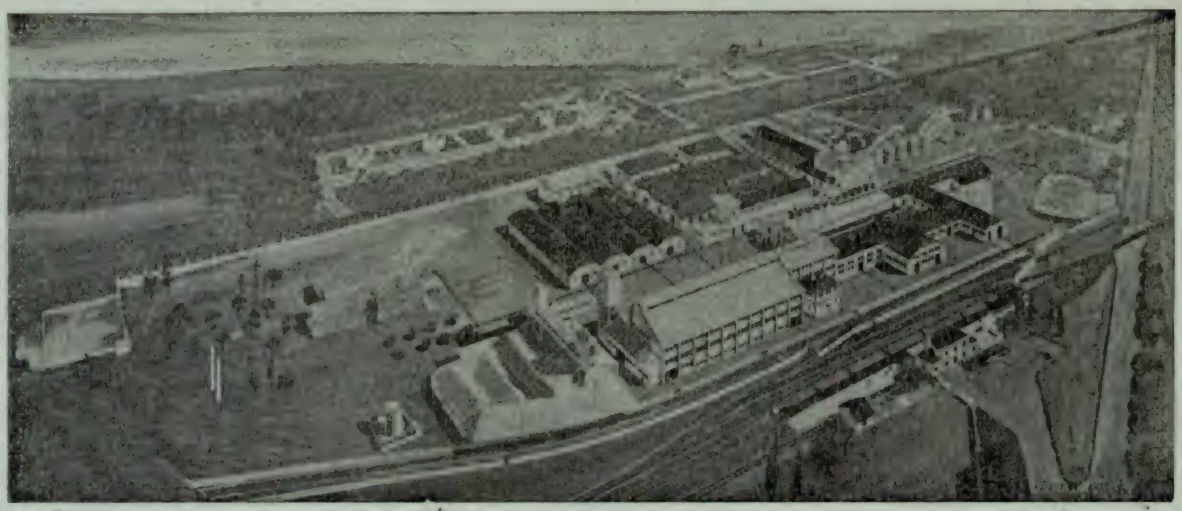
Representantes em Portugal

TELECTRA

EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S. A. R. L.

Rua Rodrigo da Fonseca, 103, r/c
LISBOA — Tel. 68 60 72

Rua dos Clérigos, 64
Tel. 2 48 18 — PORTO



COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CALCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

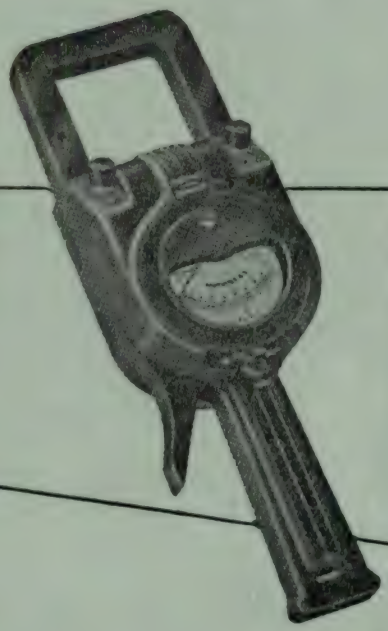
E EM MONTAGEM

GRAFITE

FABRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 67222

SEDE
Largo de S. Carlos, 4-2.º — LISBOA
Telefones 25343-29608-368989

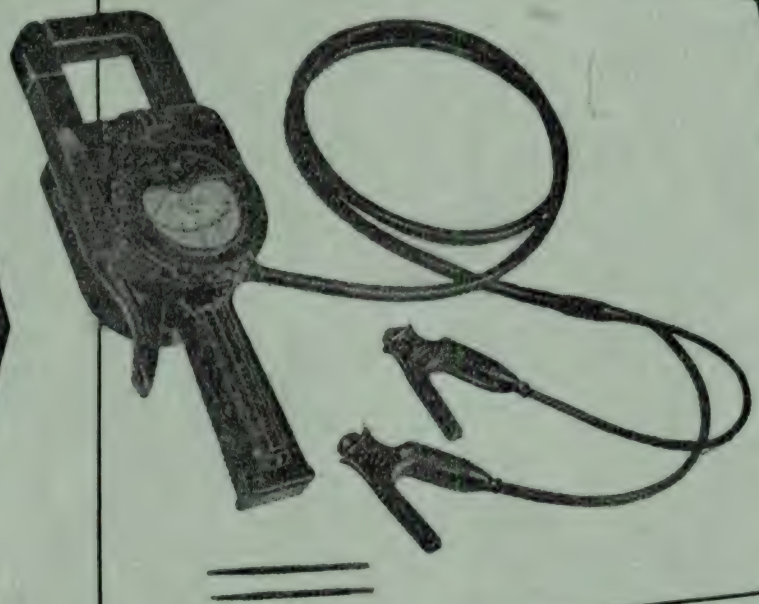
PINÇAS FERRANTI



PINÇAS VOLT — AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 – 10 AMPS.	0 – 150 V
0 – 25 »	0 – 600 »
0 – 100 »	
0 – 250 »	
0 – 1000 »	



PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

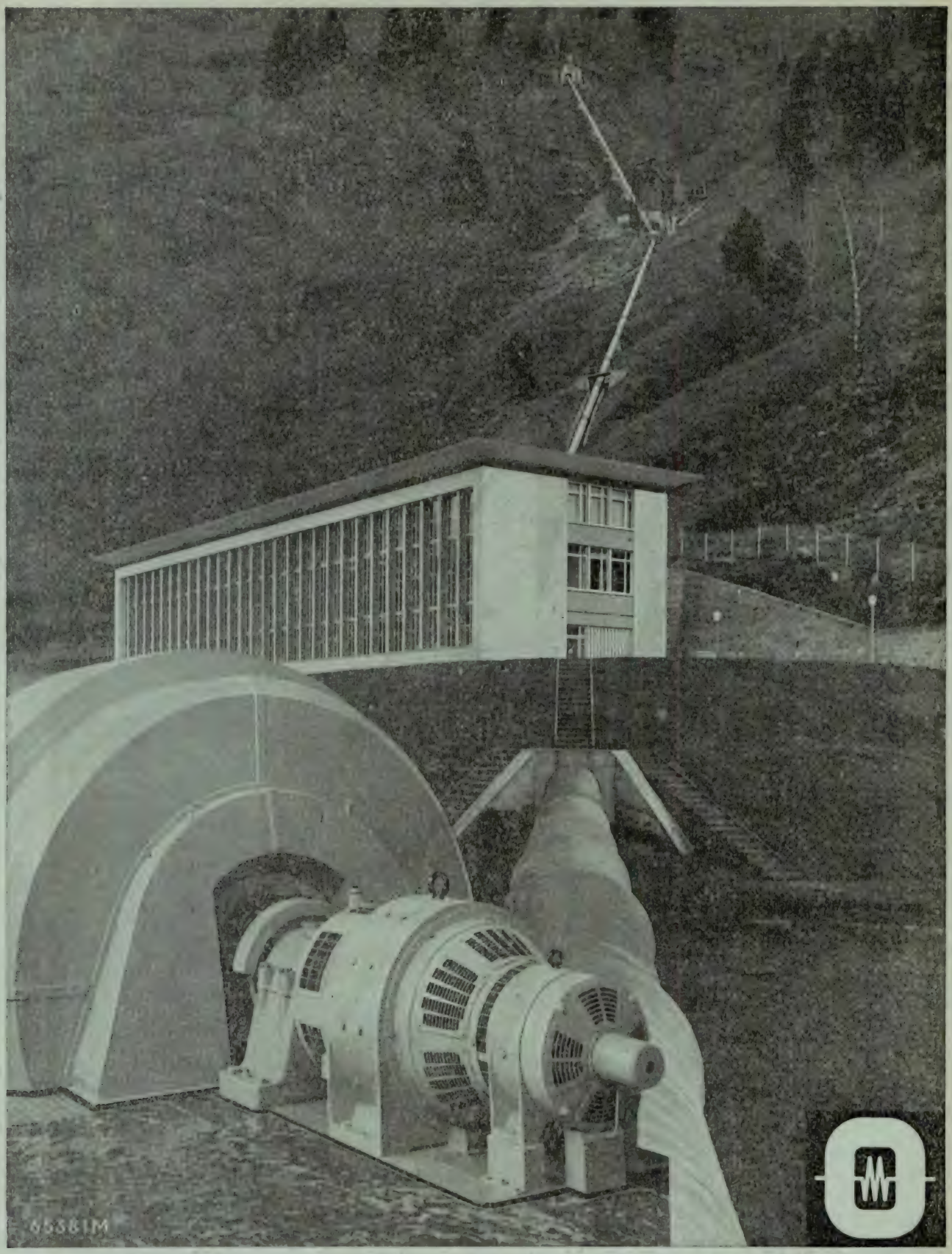
REPRESENTANTES:

C. SANTOS LDA.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA
T. DA GLÓRIA, 17 — LISBOA
160, R. STA. CATARINA, 168 — PORTO

Ateliers de Construction Oerlikon • Zurich 50



Para a Central de Lostallo/Mesolcina, OERLIKON forneceu o equipamento eléctrico completo, que compreende 2 alternadores de 13.750 kVA cada um, os transformadores, a subestação exterior e os quadros de comando

Representante para Portugal e Ultramar: Sociedade Michaëlis de Vasconcelos, Lda.

PORTO — Pr. da Liberdade, 114 LISBOA — Av. Marquês de Tomar, 94

TÉCNICA

DIRECTOR: JORGE GONÇALVES CALADO
ADMINISTRADOR: HENRIQUE TELLES ANTUNES

Ano XXXIV - N.º 305 Outubro de 1960

C. D. U. 37.01

Valorização individual e progresso colectivo

PELO ENG.º QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES
Director do I. S. T.

Já depois de ter sido indicado o assunto que, em princípio seria tratado neste número de Outubro (1), achei preferível interromper a sequência normal dos problemas cujo estudo está mais ou menos delineado, em consequência da leitura do número de Junho da «Técnica» que me fez julgar ser oportuno fazer uma análise pormenorizada do tema que constitui o título do presente artigo.

Com efeito, esse número da «Técnica» tem, como se sabe, a seguinte estruturação (2):

1) — A conclusão do artigo do aluno do 6.º ano de Mecânica, Carlos Pinto Garnel, com o título «Emprego dum computador electrónico automático no cálculo das forças de inércia dum mecanismo».
2) — O relato de um trabalho de equipa realizado pela Sr.ª Assistente Eng.º D. Isabel Gago e os alunos do 6.º ano de Química, Carlos Ramalho Carlos, Henrique Gomes Carvalhinhos e Maria Isabel Carmona, com o título «Domínios de predominância estável dos constituintes de sistemas químicos envolvendo soluções aquosas».
3) — Um artigo do Sr. Assistente Eng.º Fernando Abecasis com o título «Estudo do problema das ondulações de longo período na ampliação do porto de Luanda».

O primeiro destes artigos que constitui um trabalho original de cálculo, utilizando um computador electrónico, anda associado a um conjunto de circunstâncias que há vantagem em fazer realçar:

a) — O interesse de um aluno em realizar um cálculo trabalhoso e difícil.
b) — A interferência orientadora do Sr. Prof. António Portela que tem sido o grande entusiasta da utilização de computadores pelos alunos do Instituto.
c) — A colaboração dada pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil pondo à disposição o computador «Zebra» e os especialistas que o manejam, Sr. Dr. Gustavo de Castro e Sr.ª Dr.ª D. Madalena Quirino.

O segundo artigo revela um conjunto de características que se podem sistematizar a seguir:

a) — O interesse de uma pessoa que ensina uma determinada cadeira em manter os seus alunos actualizados em relação às técnicas modernas.

(1) «O Realismo nas Decisões Técnicas».
(2) A ordem utilizada na citação apenas obedeceu ao critério de ser a que melhor se ajusta ao desenvolvimento do artigo.

b) — A intervenção de um grupo de alunos num trabalho de equipa.

c) — A publicação dos resultados da investigação ou dos cálculos levados a efeito durante as aulas do Instituto.

O terceiro artigo caracteriza-se pelos seguintes aspectos fundamentais:

a) — A divulgação de estudos realizados na vida profissional por um assistente do Instituto.

b) — O tratamento de um problema técnico com o nível teórico indispensável.

c) — A intervenção de um organismo de investigação na resolução dos problemas técnicos que lhe são postos.

E em todas estas facetas se revela, quer da parte dos autores, quer da parte dos colaboradores, uma característica comum de *valorização individual*, a reflectir a preocupação dominante em todo o Mundo, de procurar na vitalidade criadora dos universitários, as raízes indispensáveis ao desenvolvimento do *progresso colectivo*.

Há que analisar, por isso, em todos os seus aspectos, os factores essenciais que justificam e determinam a importância dessa valorização.

* * *

O fenómeno da valorização individual anda associado em larga escala ao aperfeiçoamento no campo da profissão, envolvendo fundamentalmente um processo de apuro técnico.

É conhecido de todos que Toscanini, antes de se ter tornado um dos maestros mais célebres de todos os tempos, era violoncelista de uma orquestra; e também não é segredo para ninguém que Van Otterloo ganhou um prémio de composição (1), que Leonard Bernstein é concertista de piano (2) e que Lorin Maazel se apresenta como solista de violino.

Em qualquer dos casos, não se pode dizer que os maestros mencionados tivessem levado uma existência plácida à espera dos acontecimentos, para terem oportunidades de se tornarem notáveis nos meios relacionados com o movimento musical da sua época.

Talvez se possa porém objectar que os exemplos não foram muito bem escolhidos porque não incidiram sobre os maestros mais conhecidos do grande público mas o argumento não é totalmente válido porque mesmo os dois últimos atingiram já uma posição de relevo apesar de qualquer deles ser ainda muito novo.

Leonard Bernstein que tem 43 anos foi o sucessor de Bruno Walter na Direcção da Orquestra Filarmónica — Sinfónica de Nova York; nesse cargo, tem tido uma intensa actividade nos últimos dois anos, renovando em discos estereofónicos grande parte do reportório dessa orquestra.

Lorin Maazel tem apenas 30 anos, mas já apresentou algumas excelentes gravações estereofónicas com a Orquestra Filarmónica de Berlim.

É claro que se pode acrescentar também que estes maestros ainda não tiveram um tempo de actuação que lhes venha a garantir, no futuro, um renome universal; mas o que é certo é que nem a «Columbia Broadcasting System» nem a «Deutsche Grammophon Gesellschaft» estariam dispostas a inundar o mercado com gravações das suas regências se não tivessem a convicção de haver uma elevada probabilidade de que isso venha a acontecer.

Aliás, a conquista de um certo grau de celebridade não implica uma pausa na valorização individual, mas pelo contrário, arrasta consigo a necessidade de uma evolução progressiva susceptível de fazer face ás exigências cada vez maiores do público e da crítica.

E nestas condições, a valorização terá de ser feita em grande parte, em relação às suas funções como *dirigentes* e não como *executantes*, porque é nesse sentido que a sua actividade está a ser principalmente orientada.

---

(1) Em 1932, com a sua «Terceira Suite para Orquestra».

(2) Aliás, Bernstein caracteriza-se pela sua versatilidade de actuação.

Mas a valorização como dirigente pode não ser mais simples do que a valorização como executante porque, embora não exija os extremos de virtuosismo inerentes à própria execução, envolve um conjunto de factores complexos que se estendem desde o conhecimento profundo dos pormenores das partituras até ao melhor aproveitamento das características das orquestras e à colaboração com os engenheiros do som, na obtenção de boas gravações (1).

E é por isso que, quando se assiste a um concerto em que, durante quase duas horas o maestro dirige de cor, um programa quase sempre eriçado de dificuldades, se admite sem relutância que esse resultado só foi possível, mediante um intenso esforço de valorização individual a servir de suporte a uma dignificação constante do profissionalismo de actuação.

Esta valorização individual traduz-se normalmente num aumento de progresso colectivo, porque em geral, o rendimento de uma orquestra é tanto maior quanto melhor dirigida for, na medida, evidentemente, em que cada um dos seus elementos é susceptível de se valorizar individualmente para satisfazer o aumento de eficiência que lhe é pedido.

Igor Markevitch, a quem se devem alguns discos de gravação excepcional, exprimiu-se em relação ao problema sob a forma de um conjunto de regras, que recomenda, das quais se salientam a primeira e a última:

— «Dirija de cor, sem partitura: é indispensável. Eu conheço o argumento corrente: «Vai-se a um concerto para ouvir música e não para admirar a memória de um maestro». Todavia eu prefiro aqueles que têm a partitura na cabeça, de preferência aos que têm a cabeça na partitura. Para aprender uma sinfonia não é obrigatório ter uma memória fenomenal. É uma questão de assimilação mais do que «memorisação».

— Nos momentos em que a orquestra toca «por si só», levada pelo hábito, ou arrastada por uma inspiração colectiva, a melhor atitude é de não intervir. Nessa altura, deve-se saber ser a testemunha vigilante, o espectador maravilhado do espectáculo que se desenrola».

E bem vistas as coisas, não é só na Música que estas regras são verdadeiras.

* * *

A revista «Chemical Engineering News» de 4 de Abril de 1960, publica um enérgico editorial de autoria do Sr. Richard L. Kenyon, do qual se transcreve o seguinte:

«A arte tecnológica é um bem inestimável numa guerra económica; por isso não deve ser vendida ao inimigo».

. . . . . .

«Comércio de produtos é uma coisa; comércio de conhecimentos adquiridos à custa de anos de pesquisa e de desenvolvimento é outra. É nestes conhecimentos que reside o sucesso de uma concorrência económica».

. . . . . .

«Para os homens da nossa indústria com um elevado senso de responsabilidade, vender as suas melhores armas ao seu inimigo mais ameaçador parece não só incoerente, como altamente nocivo».

. . . . . .

Este editorial foi escrito, dentro do âmbito de um problema de política externa, mas ele é inteiramente válido no campo da luta comercial desde que, como é natural, se substitua a palavra «inimigo» por «concorrente».

---

(1) Sabe-se, por exemplo, que os engenheiros do som encontravam grandes dificuldades nas gravações com Toscanini. Por outro lado, um maestro só por si, pode contribuir em larga escala, para a qualidade da gravação dentro de um determinado processo técnico.

A juventude de hoje vive preocupada com os espectros da «Produtividade», do «Mercado Comum», da «Área do Comércio Livre» e de todos os grandes condicionalismos que afectam o Mundo actual e sente-se entusiasmada pelas batalhas económicas que espera vir a comandar no futuro e por intermédio das quais há-de vir a ter uma influência sensível na resolução dos grandes problemas que pesam sobre as nações.

Infelizmente não há exércitos compostos apenas por «generais» e por isso, a grande batalha económica, se bem que necessite muito de uma intensa acção de comando, precisa fundamentalmente de «soldados», mas de soldados bem treinados e eficientes.

Estes soldados da «batalha económica» são os cientistas e os técnicos que pela sua acção criadora e normativa revolucionam a Economia e garantem o rendimento dos novos processos, e que, por outro lado, constituem um «viveiro» dinâmico de dirigentes futuros.

É um lugar comum dizer-se que há falta de cientistas e de técnicos em todo o Mundo e por isso as empresas facilitam, de toda a maneira, a admissão de universitários recém-formados. Mas admitem-nos como cientistas e como técnicos e não como dirigentes a curto prazo, porque não faz sentido que as grandes empresas com as suas estruturas sòlidamente estabelecidas, queiram admitir ao seu serviço dirigentes sem experiência profissional, quando existem nos seus quadros, com certeza, inúmeras pessoas com qualidades directivas, e com intensa preparação para os lugares de comando que há necessidade de ocupar.

A revista «Engineering» de 8 de Julho de 1960, pág. 68, publica um extenso artigo sobre o recrutamento dos engenheiros recém-formados, pela Indústria francesa (1). Desse artigo transcrevem-se os pontos mais salientes:

. . . . . .

«Muitas firmas mantêm ligações com as Escolas e os directores orientam os seus estudantes no sentido das oportunidades que consideram mais viáveis. Os Serviços de Pessoal das companhias mantêm-se em contacto com as universidades técnicas e expõem-lhes as suas necessidades.

. . . . . .

«A «Renault» faz circular material de publicidade nas escolas técnicas e nas universidades e os engenheiros falam com os estudantes acêrca da preparação necessária para satisfazer à organização da sua firma. Outras firmas pagam os estudos de um certo número de alunos a partir do primeiro ou do segundo ano. Em troca, os estudantes comprometem-se a entrar ao serviço dessas firmas ao completarem o curso e de permanecerem nelas durante um certo número de anos. Uma grande firma estabelece bolsas durante um ano ou dois, durante os quais o estudante é mantido ao corrente das actividades da firma e recebe um ordenado de 550 NF por mês. A selecção para essas bolsas é feita na base da informação escolar e de um certo número de tests.

. . . . . .

«Algumas firmas consideram que o ensino ministrado nas escolas técnicas é muito teórico. Por esta razão muitos estudantes continuam num curso prático intensivo, logo que entram ao serviço da firma. As firmas, particularmente nos ramos da electrónica, engenharia electrotécnica, química e petróleos pagam todas as despesas. Algumas destas incluem uma estadia de um ano nos Estados Unidos em centros de treino avançados.

«Outra forma de ensino ulterior consiste em subsidiar trabalhos para obtenção do grau de doutor. Muitas das grandes firmas admitem por ano quatro a cinco estudantes post-graduados com esse grau».

. . . . . .

«Em conclusão, parece que os jóvens engenheiros franceses com boas qualificações profissionais podem contar com um grande número de vantagens materiais e de outra ordem, resultantes da elevada consideração com que os futuros patrões avaliam os seus serviços».

Tudo depende, porém, dessas *boas qualificações profissionais.*

---

(1) «How the French Recruit their Engineers».

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA
(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)
Alverca — Portugal

Derrick eléctrico para a carga de 100 t, alcance fixo de 10 m, em funcionamento nas instalações da Siderurgia Nacional

PROJECTO E FABRICO DE
PONTES ROLANTES
GUINDASTES
GRUAS. DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

COMPORTAS
TURBINAS
CONDUTAS FORÇADAS
BLINDAGENS

DIVISÃO METALO-MECÂNICA

COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AVENIDA 24 DE JULHO, 170—LISBOA

comporta da barragem do Maranhão construída pela companhia união fabril

* * *

A firma francesa «Sud-Aviation» que fabrica os aviões «Caravelle» dispõe de 4 centros de pesquisa, de 8 fábricas, de 8.500 máquinas-ferramenta e emprega 1.500 engenheiros e 22.000 operários.

São estes os números indicados pelo Sr. Richard Bailey no seu artigo «French Aviation Rises with the Caravelle», publicado na revista «Engineering», de 5 de Agosto de 1960, no qual foca o sucesso que tem sido obtido por este tipo de avião.

Não há dúvida, por isso, que da valorização individual dos 1.500 engenheiros e dos 22.000 operários da «Sud-Aviation» algo resultou de concreto no aspecto do progresso colectivo.

Como se sabe, o fabrico do «Caravelle» está ligado actualmente a um acordo entre a «Sud--Aviation» e a «Douglas Aircraft Company», sendo manifestas as vantagens dele resultantes, nos dois sentidos.

Para a «Sud-Aviation» representa a abertura do mercado americano ao «Caravelle»; para a «Douglas», a resolução do seu problema de construir um jacto de raio de acção médio (que seria o DC-9), que teria obrigado a um investimento da ordem de grandeza de 6 milhões de contos.

O funcionamento desse acordo conduziu, no aspecto prático, a certos pormenores de rotina que se podem considerar, de certo modo, como autênticos requintes de organização.

É do artigo citado a descrição seguinte:

«Está a ser posto em execução o aspecto comercial e fabril do acordo. A «Douglas» construiu um entreposto para as peças fabricadas em França e montou uma escola de treino para técnicos. Esta concentrará os seus esforços em preparar engenheiros e mecânicos que compreendam todos os aspectos do mecanismo e do funcionamento do «Caravelle». Além disso, promete-se um serviço post-venda de grande categoria. A seguir à entrega de cada avião, uma equipa de seis ou oito especialistas ficará encorporada na companhia exploradora. Far-se-á o registo em cartões perfurados de dados de pormenor de todos os aspectos do funcionamento do avião e esse registo é enviado, por Telex, para exame pelo grupo de pesquisa. A história da vida de cada «Caravelle» é centralizada em Suresnes, onde o quadro técnico inclui 70 engenheiros altamente treinados».

É de prever em consequência que estes 70 engenheiros sejam pessoas de elevada valorização individual; nem se pode imaginar que os dirigentes técnicos que os comandam não sejam «maestros com profundo conhecimento das dificuldades de execução», capazes de terem a «partitura na cabeça», nos domínios de responsabilidade que lhes são atribuídos.

E não pode deixar de ser assim porque as realizações da indústria moderna são de tal modo complexas no seu recurso às bases científicas e aos processos técnicos, que têm de ser garantidas por uma elevada categoria profissional na concretização das funções directivas.

O contra-almirante William Francis Raborn Jr. a quem foi entregue o projecto do «Polaris», e que foi portanto, o responsável pelos 100 milhões de contos do seu custo, é um oficial com excepcionais qualidades de dirigente, demonstradas pela sua notável folha de serviços, da qual constam, entre outros factos, duas das mais altas condecorações, por ter minizado os efeitos de dois acidentes graves a bordo de porta-aviões — um durante a guerra, resultante de um ataque aéreo e outro em manobras, devido à explosão de uma catapulta.

Para explicar o sucesso do projecto, ele próprio o fundamenta no facto de ter tido à sua disposição, os meios, a autoridade e o dinheiro, factores estes que lhe permitiram utilizar à medida das necessidades, o potencial industrial e científico dos Estados Unidos.

E é indiscutível que o «George Washington», do qual o «Polaris» foi lançado, e que resultou duma conjugação de esforços pràticamente inexcedível, pode ser considerado um dos maiores prodígios da Técnica dos nossos dias. Mas é sobretudo o símbolo de uma valorização individual levada ao extremo em todos os escalões da estrutura social, como condição indispensável do progresso colectivo, ao nível da complexidade dos problemas a que o mundo de hoje tem de fazer face.

C. D. U. 621.311.5/91

Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

— Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.)

NOTA: *As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País.*

JULHO

I — Breve nota mensal

Sob o ponto de vista hidrológico, o mês de Julho apresentou-se, no conjunto, abaixo da média.

II — Elementos gerais (GWh)

a) Mensais

	1959	1960	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	226,4	256,4	+ 13
Produção térmica (P_t)	6,5	0,0	— 100
Produção total (P_T)	232,9	256,4	+ 10
Produção para consumos não perman. (P_{cnp}) . .	55,4	60,0	+ 8
Produção para consumos permanentes (P_{cp}) . .	177,5	196,4	+10,6 (2)

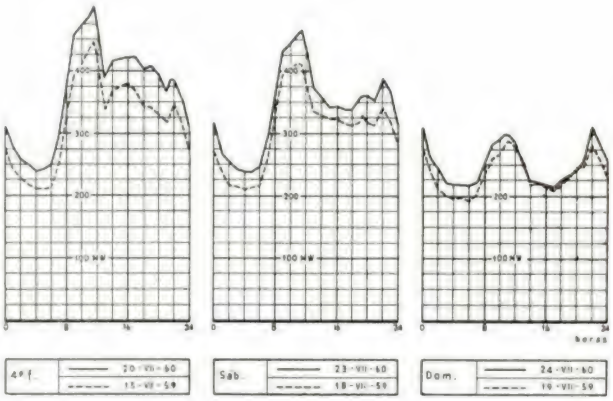
b) Acumulados desde 1 de Janeiro de 1959

	1959	1960	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	1579,8	1736,9	+ 10
Produção térmica (P_t)	14,3	43,2	+202
Produção total (P_T)	1594,1	1779,2	+ 12
Produção para consumo não perman. (P_{cnp}) . .	413,4	428,3	+ 4
Produção para consumos permanentes (P_{cp}) . .	1180,7	1350,9	+14,4 (2)

Nota : (2) O aumento percentual de produção para consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais, foi respectivamente de 12,2 e 13,4 %.

II — Diagrama de carga dos dias característicos

	4.ª feira:	
	15-7-959	20-7-960
Produção hidráulica (P_h) — MWh	7878	8835
Produção térmica (P_t) — MWh . .	0	0
Produção total (P_T) — MWh . . .	7878	8835
Produção para consumos não permanentes — MWh.	1735	1891
Utilização da ponta (U) — horas	17,6	17,6
Factor de carga (α)	0,73	0,73
Relação $\frac{\text{Pot. mín.}}{\text{Pot. máx.}}$ (r)	0,47	0,48



III — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês	
	GWh	% (1)
Paradela	219,2	98,5
Venda Nova	115,2	90,0
Salamonde	24,9	90,2
Caniçada	25,5	77,0
Cabril	79,0	23,3
Castelo do Bode	156,8	96,2
Guilhofrei	4,4	53,0
Lagoa Comprida	24,2 (2)	76,5
Santa Luzia	49,9	81,0
Pracana	9,7	75,2
Póvoa	10,4 (3)	79,3
Total . . .	936,4	68,9

Notas:

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 1,7 GWh armazenados em Vale do Rossim.

(3) Inclui 2,1 GWh armazenados no açude do Poio.

C. D. U. 621.39:517.56

BASES TEÓRICAS PARA A DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO ESPECTRO DE POTÊNCIA

POR MANUEL JOSÉ DE ABREU FARO
Professor do I. S. T.
Director do Centro de Estudos de Electrónica
da C. E. E. N. do I. A. C.

Na sequência de três trabalhos anteriores publica-se agora um em que nos ocupamos das bases teóricas que fundamentam e orientam a determinação experimental do espectro de potência.

O Centro de Estudos de Electrónica tem colaborado com o Laboratório Nacional de Engenharia Civil estudando métodos para a determinação experimental do espectro de potência. Para esse fim subsidiou o Laboratório Nacional de Engenharia Civil um bolseiro que trabalhou neste Centro sob a nossa orientação.

Independentemente do interesse desta matéria para as Telecomunicações e para o Centro de Estudos de Electrónica visa este estudo uma aplicação imediata a trabalhos em curso no Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

É inútil salientar o interesse desta colaboração, mas dada a maneira elevada como o Laboratório Nacional de Engenharia Civil a proporcionou, cumpre-nos reconhecer e agradecer esse facto.

1 — Introdução

1.1 — Num trabalho anterior (1) definiu-se e deu-se o significado físico de espectro de potência, $\overline{W}(f)$ e de função de autocorrelação no tempo, $\psi(\tau)$. Como se viu então, a função de autocorrelação é a transformada de Fourier do espectro de potência (Teorema de Wiener — Khintchin)

$$\psi(\tau) = \int_0^\infty \overline{W}(f) \cos 2\pi f\tau \; df \qquad (1\ a)\ (2)$$

$$\overline{W}(f) = 4 \int_0^\infty \psi(\tau) \cos 2\pi f\tau \; d\tau \qquad (1\ b)\ (3)$$

* * *

1.2 — Para definição (natural) de espectro de potência, $\overline{W}(f)$, de uma certa função do tempo, s (t), podemos adoptar a seguinte:

Filtrando s (t) através dum filtro ideal de banda de transmissão $\left[f - \frac{\partial f}{2}, f + \frac{\partial f}{2}\right]$ obtém-se um valor médio da potência

$$\partial P = \overline{W}(f)\, \partial f \qquad (2)$$

em que

$$\partial P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_{1T}^2(t)\, dt \qquad (3)$$

s_1 (t) representa a resposta do filtro ao sinal s (t).

---

(1) Determinação do Espectro de Potência e da Função de Autocorrelação a Partir de Séries no Tempo — «Técnica», Outubro 1959.

(2) Relações (41 a) e (41 b) do mesmo trabalho.

(3) $\overline{W}$ (f) = representa o valor médio do espectro de potência tal como se definiu na relação (19) da referida publicação.

* * *

1.3 — As relações (2) e (3) sugerem um processo de medir experimentalmente $\overline{W}(f)$. É o seguinte fig. (1):

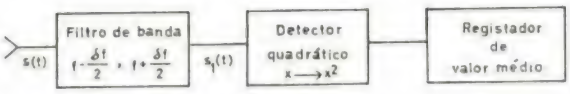


Fig. 1

Filtra-se o sinal s (t) através dum filtro de banda de frequência central «f», quadra-se a resposta e mede-se o valor médio que representa «δ P». O conhecimento da largura de banda «δ f» permite obter $\overline{W}(f)$

$$\overline{W}(f) = \frac{\delta P}{\delta f} \tag{4}$$

* * *

1.4 — É evidente que para uma determinação minuciosa de $\overline{W}(f)$ se exige a utilização de larguras de banda

$$\delta f << f, F \tag{5}$$

em que F representa uma frequência tal que

$$\overline{W}(f) \simeq 0 \text{ para } f > F$$

o que equivale a dizer-se que s (t) é uma função s_F (t) de espectro limitado ao intervalo [0,F].

1.5 — O problema de que nos vamos ocupar toma como base os tópicos apresentados e consiste fundamentalmente na medição do espectro de potência, $\overline{W}$ (f), a partir do método indicado tendo consideração as possibilidades reais da sua execução. Uma análise de ordem geral permitirá, desde já, elucidar alguns pontos fundamentais da questão.

2 — Generalidades

2.1 — Localização da operação de medida no espaço [Tempo-Frequência]

2.1.1 — O método considerado traduz uma situação que é comum a todas as operações de medida de grandezas físicas que envolvam observações ou registo ao longo do tempo e que é a seguinte:

Durante um certo intervalo de tempo finito

$$t_2 - t_1 = T$$

observa-se através dum filtro de largura de banda finita «δ f» uma determinada função s_F (t) de espectro limitado ao intervalo [0, F].

Deste modo conclui-se que faz sentido falar-se duma *«área útil de informação»* no espaço [Tempo-Frequência] que se representa na fig. (2) por um rectângulo a tracejado.

Os lados do rectângulo são finitos por duas razões:

(1) No domínio da frequência pela essência do método

(2) No domínio do tempo porque, pràticamente, toda a experiência se inicia num determinado momento «t_1» e acaba noutro «t_2» ao fim dum intervalo de tempo finito T.

2.1.2 — Como se salientou em (1.4) uma determinação minuciosa de $\overline{W}$ (f) exige

$$\delta f \ll f, F$$

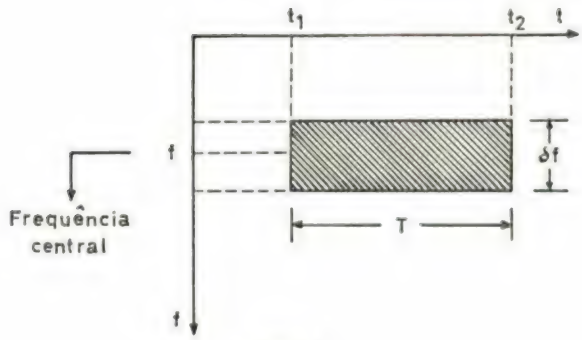


Fig. 2

Supomos sempre que s (t) é uma função s_F de espectro limitado ao intervalo [0, F].

Pela teoria da modulação de amplitude é fácil concluir-se que a um grupo de frequências do intervalo

$$\left[f - \frac{\delta f}{2} \, , \, f + \frac{\delta f}{2} \right]$$

corresponde, no tempo, um sinal da forma geral

$$s_1 (t) = a (t) \cos \omega t + b (t) \operatorname{sen} \omega t \tag{6}$$

em que s_1 (t) representa a resposta do filtro de banda a s(t), $\omega = 2 \pi f$ e «f» a frequência central.

a (t) e b (t) são funções tais que o seu espectro está limitado ao intervalo $\left[0, \frac{\delta f}{2} \right]$

Atendendo a que se deve ter

$$\delta f \ll f, F$$

podemos resumir dizendo que a (t) e b (t) são de variação lenta em relação em s_F (t) e mesmo em relação a cos ωt e sen ωt.

2.1.3 — Por outro lado há necessidade de determinar um valor médio, relação (3), que é

$$\delta P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_{1T}^2 (t) \, dt \tag{7}$$

em que s_{1T} (t) representa uma função que coincide com s_1 (t) no intervalo de tempo $\left[-\frac{T}{2} \, , \frac{T}{2} \right]$

$$T = t_2 - t_1$$
$$t_1 = -T/2$$
$$t_2 = T/2$$

o que teòricamente implicaria uma observação durante um tempo infinito.

Pràticamente a determinação do valor médio de s_i^2 (t) faz-se utilizando um aparelho registador do valor médio, aparelho de quadro móvel por exemplo.

Uma vez que a s_F (t) coresponde um valor bem definido do espectro de potência, que é dado por

$$\overline{W}(f) = \frac{\partial P}{\partial f}$$

é de esperar que, ao fim de algum tempo, as indicações do registador oscilem em torno do valor médio. A partir do registo pode-se então determinar com suficiente rigor o valor médio desde que se utilize um intervalo de tempo T que seja grande em relação a

$$\frac{1}{f_m}$$

em que f_m representa a frequência de repetição (média) das variações mais lentas observadas.

Não se conhecendo mais nada, este parece-nos ser o critério mais razoável para a determinação do intervalo de tempo T.

2.2 — Comportamento do registador de valor médio

2.2.1 — Atendendo à forma de s_i (t) (6), conclui-se imediatamente que s_i^2 (t) além de termos com um espectro na vizinhança de «2 f» apresenta uma componente de variação lenta da forma

$$\frac{1}{2}\left[a^2(t) + b^2(t)\right] \tag{8}$$

de frequência limite superior «∂ f».

* * *

2.2.2 — Um registador de valor médio é um filtro passa baixo com uma determinada frequência de corte «f_o» que se define de acordo com qualquer convenção arbitrária e em relação a determinado regime de funcionamento bem definido.

* * *

2.2.3 — Embora o aparelho seja pràticamente insensível às frequências vizinhas de «2 f» já o não será possìvelmente a frequências da ordem de «∂ f».

Para que as flutuações correspondentes a estas frequências sejam de pequena amplitude o que facilitará a determinação do valor médio é necessário que

$$\partial f > f_o \tag{9}$$

2.2.4 — Por outro lado o tempo de leitura do registador é como se sabe da ordem de

$$T_o = \frac{1}{f_o}$$

e, assim, para que haja a garantia de que estamos observando oscilações em torno do valor médio é necessário esperar um tempo inicial T_i tal que

$$T_i >> T_o \tag{10}$$

A desigualdade (10) significa o seguinte:

Uma vez iniciada a operação de medida só ao fim dum tempo T_i se pode arbitrar o instante $t_i = -\frac{T}{2}$, início do intervalo T.

2.2.5 — Uma vez decorrido o tempo T_i é de esperar que o registador esteja oscilando em torno do valor médio.

Uma vez atingido este estado, as flutuações correspondentes a frequências da ordem de «∂f» serão tanto menores quanto maior for a relação

$$\frac{\partial f}{f_o}$$

o que equivale a dizer-se quanto maior for o produto

$$\partial f \, . \, T_o \tag{11}$$

em que T_o é o tempo de leitura do aparelho e

$$f_o = \frac{1}{T_o}$$

a frequência de corte do mesmo quando considerado como filtro passa baixo. É de esperar que o erro proveniente destas oscilações seja uma função decrescente do produto

$$\partial f \, . \, T_o \tag{12}$$

2.3 — Largura da banda efectiva «∂f_e»

De início admitiu-se um filtro ideal de largura de faixa "∂f" e de frequência central "f", o que significa que o operador linear de transmissão desse filtro é, em módulo, da forma

$$\begin{aligned} R(f') &= 1 \qquad \text{para} \qquad |f' - f| < \frac{\partial f}{2} \\ R(f') &= 0 \qquad \text{para} \qquad |f' - f| > \frac{\partial f}{2} \end{aligned} \tag{13}$$

Nessas condições fazia sentido escrever-se

$$\partial P = \overline{W}(f) \, . \, \partial f \tag{14}$$

Na realidade não é assim e, portanto, teremos que entrar em consideração com um filtro de banda real com um operador linear de transmissão cujo comportamento se pode exprimir dum modo geral pela relação

$$R(f') \simeq 0 \qquad \text{para} \qquad |f' - f| >> \frac{\partial f}{2}$$

A expressão de ∂P será então dada por:

$$\partial P = \int_0^\infty R^2(f') \, \overline{W}(f') \, df' \tag{15}$$

uma vez que R (f) é um operador linear de transmissão relativo a amplitudes.

Admitindo que $\overline{W}(f')$ não varia de modo apreciável em toda a faixa prática de transmissão, isto é,

$$\overline{W}(f') \simeq \overline{W}(f)$$

para todas as frequências f' tais que

$$\frac{R^2(f')}{R^2(f)}$$

seja apreciàvelmente diferente de zero, a relação (15) pode escrever-se:

$$\partial P \simeq \overline{W}(f) \int_0^\infty R^2(f') \, df' \tag{16}$$

A relação (14) pode continuar-se a escrever admitindo que se trata de um filtro ideal que, mantendo um operador linear constante R_o na banda de transmissão, deixasse passar através de uma largura de banda efectiva "∂f_e" a mesma potência

$$\partial P = R_o^2 \overline{W}(f) \, \partial f_e \tag{17}$$

A diferença entre (17) e (14) (2) consiste em se admitir aqui com mais generalidade, que R_o pode ser diferente da unidade.

De (16) e (17) resulta imediatamente

$$\partial f_e = \int_o^{\infty} \left[\frac{R(f')}{R_o} \right]^2 d f' \tag{18}$$

em que

$$R_o = R(f)$$

$$f = \text{frequência central.}$$

A relação (18) permite-nos determinar a largura de banda efectiva com que se deve entrar no cálculo do espectro de potência, vindo finalmente

$$\overline{W}(f) = \frac{\partial P}{R_o^2 \, \partial f_e} \tag{19}$$

3 — Conclusão

3.1 — As considerações feitas são de carácter geral e necessitam para cada caso concreto dum estudo em pormenor que será oportunamente publicado.

3.2 — Tomámos como base um detector quadrático; podia-se ter considerado outro tipo, detector linear por exemplo.

Pareceu-nos, no entanto, que é o detector quadrático o primeiro que se deve considerar, uma vez que é o que naturalmente decorre da definição de valor médio da potência. É uma questão que convém estudar e será examinada.

3.3 — O estudo feito está especialmente dirigido para aplicações a ensaios com ruído.

Para se ir mais longe é necessário ampliar a teoria exposta até aqui e inclusivamente rever e generalizar o conceito de espectro de potência $\overline{W}(f)$ que, por enquanto, está simplesmente associado a uma função $s_F(t)$, elemento dum conjunto de funções que constituem um determinado processo estocástico. Há que definir espectro de potência do processo.

Será necessário ainda, para prosseguir, estabelecer algumas hipóteses fundamentais sobre a natureza do processo, nomeadamente a de estacionaridade e de ergodicidade.

Só então se poderão obter resultados simples que permitirão fixar, a partir do conhecimento das características dos aparelhos empregados, as melhores condições de utilização e determinar os erros prováveis inerentes ao sistema de medida.

Como se disse limitamo-nos, por agora, a uma análise geral do problema que consideramos de interesse anteceder uma próxima publicação.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA:

Control Systems Engineering — Laning and Battin — Mc Graw-Hill — 1956
Noise — Aldert van der Ziel — Prentice-Hall — 1954.

TRABALHOS ANTECEDENTES:

Comunicação por Impulsos — Abreu Faro — Técnica, Maio a Outubro, 1956.
Séries no Tempo — Abreu Faro — Técnica, Outubro a Janeiro, 1958.
Determinação do Espectro de Potência — Abreu Faro — Técnica, Outubro, 1959.

DKM 2 — O taqueómetro de triangulação de círculo duplo (leitura directa 1 seg.) com múltiplas possibilidades de emprego: Triangulação II.-IV. ordem. Poligonação de precisão. Medição de distâncias por mira de base de invar ou por equipamento de dupla imagem. Observações astronómicas.
Óculo de grande alcance com 30 × de aumento e abertura de 45 mm.
O mais moderno sistema de eixos e de horizontalidade e aperfeiçoada construção do estativo. Operação de centragem muito simples com o novo tripé automático.
Peça o prospecto descritivo.

Kern SWISS

KERN — Instrumentos geodésicos de fama mundial pela perfeição técnica e precisão.

REPRESENTANTES PARA PORTUGAL:

EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.ª, L.DA

RUA DE SANTO ANTÓNIO, 137-145 — PORTO — TEL. 20254/5
RUA ANTERO DE QUENTAL, 17-1.º — LISBOA — TEL. 53366

UNILENE

Os tubos de polietileno «UNILENE», os seus acessórios de plástico «UNI-PLAST» e o seu processo de montagem e soldadura estão aprovados pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil, para:

CANALIZAÇÕES DE ÁGUA — Proc. 217-III

E

CANALIZAÇÕES DE ESGOTO DOMÉSTICO — Proc. 228-III

UNILENE

SOCIEDADE FABRIL DE MATÉRIAS PLÁSTICAS

PORTO
RUA DO HEROÍSMO, 291
Telef. 5 26 71

LISBOA
RUA DA EMENDA, 19
Telef. 2 04 48

COIMBRA
AV. FERNÃO DE MAGALHÃES, 282
Telef. 2 69 84

C. D. U. 678.01

PROBLEMAS DO ESTADO PLÁSTICO

PELO ENG.º MANUEL FRIAS DE ALMEIDA E SÁ
(I. S. T., M. T. I., I. A. C.)

SUMMARY

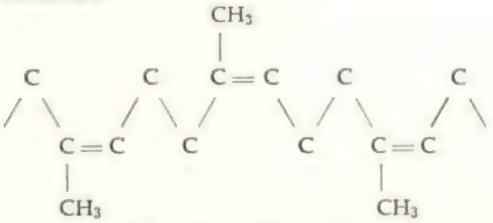
The problem of plasticity is here approached firstly from the Chemical Engineering viewpoint, beginning with the classical state of «rubberiness», from which we pass to the more general properties of Elastomers and Plastics. The chief features of Rheology are then reviewed. Finally, is presented the new theory or model of Linear Heredity that, throwing a new light in the problems of the plastic state, may be in the near future the underlying basis of a better understanding of the behaviour of the materials that interest the several Tecnologies.

1. ELASTICIDADE DOS ELASTÓMEROS

1.1 *As propriedades características da borracha natural* — extensibilidade reversível, baixo módulo de elasticidade (10^6 dynes . cm^{-2}) e grande alongamento (800 a 1000 por cento) — foram, em tempo, atribuídas pelos *químicos* à correspondente constituição molecular, fundamentalmente polímero do isopreno com peso molecular «médio» da ordem dos 260.000.

A investigação do fabrico de borrachas sintéticas incidiu, assim, quase exclusivamente sobre a polimerização de dienas análogas ao isopreno, tais como o cloropreno, o butadieno e o dimetilbutadieno.

1.2 *Investigações posteriores mostraram, porém,* que compostos químicos bem diferentes dos anteriores evidenciaram propriedades análogas. Tal é o caso dos poliésteres, das poliamidas, dos silicones, de certos poliacrilatos, etc. Estas susbstâncias têm de comum com as anteriores apenas a estrutura molecular — são formadas por macromoléculas lineares e flexíveis, como a da borracha natural:



(1,4 — cis — poliisopreno)

Estas e outras investigações vieram mostrar que as propriedades fundamentais inicialmente descobertas na borracha natural eram essencialmente *características não duma estrutura química,* particular, da matéria, *mas sim dum estado físico particular.* Esta convicção veio orientar a investigação noutras direcções.

2 — ESTADO CRISTALINO DOS ELASTÓMEROS. MOVIMENTO MICROBROWNIANO

2.1 *As substâncias orgânicas de baixo peso molecular* apresentam, no estado cristalino, moléculas vibrando em torno de posições de equilíbrio, com um estado de vibração dependente da temperatura. Estas posições de equilíbrio constituem os vértices de uma estrutura cristalina tridimensional, de entalpia H e entropia S relativamente baixas para um domínio pràticamente interessante de temperatura. Com a elevação de temperatura, aumenta a vibração molecular até que, para uma temperatura bem definida, para condições constantes, se dá a fusão da substância, que não é mais do que a ruptura, pràticamente instantânea, das forças de ligação da estrutura cristalina.

2.2 *As macromoléculas apresentam, porém, um comportamento diferente* das pequenas moléculas. As moléculas que nos interessam — constituídas por um grande número de segmentos moleculares lineares — apresentam numerosos pontos de equilíbrio no espaço em correspondência com segmentos moleculares de constituição. O arranjo das diferentes moléculas no espaço dá origem, assim, a uma rede cristalina tridimensional. Esta rede cristalina é estável para uma gama pràticamente importante de temperaturas.

A elevação de temperatura vai originar uma mobilidade relativa de alguns segmentos da macromolécula sem que esta, em globo, altere a sua posição espacial de equilíbrio. Isto é, produz-se um *movimento microbrowniano* entre os segmentos, apenas. À medida que a temperatura aumenta, porém, vai-se acentuando uma vibração macrobrowniana, da macromolécula, entrando esta em estado viscoso até que, salvo transformação química, funde.

2.3 É justamente este movimento microbrowniano particular que se encontrou na base das propriedades características dos elastómeros, que, em resumo, permitem transferência de esforços e podem sofrer grandes deformações na unidade de tempo. O estado elastomérico típico é assim tanto mais acentuado quanto mais importante for o movimento microbrowniano, isto é, quanto mais elevada for a temperatura, abaixo do ponto de fusão. Contudo, com o aumento da vibração macrobrowniana, o elastómero passa do *estado elástico* ao *estado plástico*.

Entre o estado sólido e o estado líquido, apresentam os elastómeros o seu estado característico, em que exibem as propriedades elásticas e plásticas de interesse tecnológico e técnico.

Quanto maior for a diferença entre os pontos inferior, de solidificação e superior, de fusão, melhor será o elastómero. Não se encontrou, porém, por enquanto, relação quantitativa entre os dois pontos limites e a estrutura e o peso médio molecular. É evidente que a descoberta de uma tal relação teria grande interesse na investigação das macromoléculas.

2.4 Os polímeros não se apresentam, em geral, completamente cristalizados. Uma parte das moléculas dispõe-se em massa amorfa, conjuntamente com uma rede cristalina identificável por raios X e por outros métodos ópticos.

A *cristalinidade* e a *orientação* dos polímeros estão, porém, fortemente, correlacionadas com as propriedades físicas daqueles. Quanto maior é a cristalinidade, maiores são, em regra, a *resistência mecânica* e a rigidez.

Quanto maior é a orientação molecular, maior é a *anisotropia* das propriedades mecânicas e químicas. As fibras são muito mais resistentes segundo a sua linha de desenvolvimento do que segundo orientações ortogonais. A solubilidade em solventes é nìtidamente menor segundo estas últimas.

Estes factores fundamentais das propriedades físicas e químicas orientam os processos técnicos e a investigação das fibras artificiais, que se caracterizam essencialmente por propriedades físicas especiais, aliadas a uma resistência química aos agentes da fabricação e ao meio ambiente, funcional, que convém ser tão grande quanto possível.

3. ELASTÓMEROS, PLÁSTICOS E FIBRAS

Dum ponto de vista restrito, mas tècnicamente útil, é simples caracterizar um elastómero — a borracha, por exemplo —, um plástico—por exemplo o polistireno — e uma fibra — uma poliamida, por exemplo — através das respectivas *energias de coesão* por unidade de cadeia polimérica.

Um *elastómero* apresenta uma energia de coesão relativamente baixa: 102 k cal por 5 A° de cadeia e por molécula; as cadeias são relativamente flexíveis, a que corresponde uma resposta rápida aos esforços.

Um *plástico* tem uma energia de coesão intermédia: 2 a 5 k cal por 5 A° de cadeia e por molécula, em correspondência com propriedades mecânicas características do estado plástico.

Uma *fibra* possui uma energia de coesão alta: acima de 5 k cal por 5 A° de cadeia e por molécula, o que lhe confere propriedades particulares de resistência a tracção e a esforços; mecânicos mais complexos.

Exemplificando, para os casos referidos temos, respectivamente:

Borracha: $-CH_2\,C(CH_3)=CH\,CH_2-$ 1,3 por 5 A° de cadeia molecular

Polistireno: $-CH_2\,CH(C_6H_5)-$ 4,0 »

Poliamidas: $-OC\,(CH_2)_m\,CONH\,(CH_2)_n\,NH-$ 5,8 »

A energia de coesão por molécula é aproximadamente igual ao calor de vaporização a volume constante, que pode ser calculado pela Termodinâmica.

A vulcanização dos elastómeros tem por fim restringir a mobilidade das cadeias moleculares, o que permite ou favorece a recuperação de dimensões, de forma quando cessam os esforços aplicados. Tem uma influência primordial sobre o valor do módulo de elasticidade dos elastómeros.

4. ESTADO AMORFO DOS POLÍMEROS E PROPRIEDADES MECÂNICAS

4.1 A investigação da *Química-Física* dos polímeros permitiu, até hoje:

— Confirmar que os conceitos de *molécula* e *peso molecular* têm, nos polímeros um *significado puramente estatístico*, contràriamente ao que se passa com as moléculas da Química Inorgânica e da Química Orgânica clássica;

— Estabelecer, efectivamente, o conceito de *macromolécula*, devido sobretudo ao trabalho contínuo de *Staudiger* desde 1920 — conceito que tanto custou a aceitar pela maioria dos químicos;

— Compreender a importância das *forças de ligação* molecular *secundárias*: forças dipolares primárias, forças induzidas dipolares, forças de dispersão, etc.;

— Descobrir a importância do *estado cristalino* e do *estado amorfo* dos polímeros relativamente ao seu comportamento mecânico;

— Estudar a estereometria dos polímeros através da difracção dos *raios X*;

— Identificar e caracterizar os polímeros através dos respectivos espectros de absorpção no *infravermelho*;

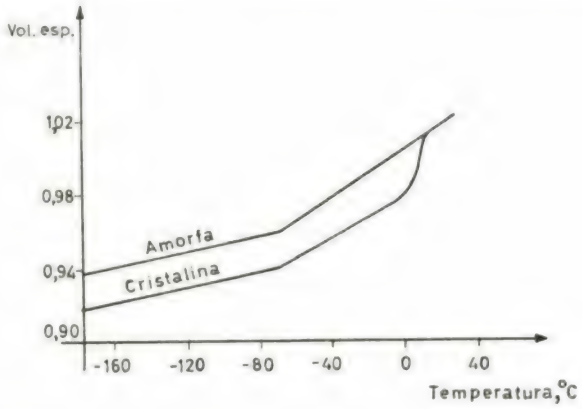
— Caracterizar os polímeros pelo seu comportamento particular perante os solventes, interpretado por métodos de *Termodinâmica Estatística*, com determinações rigorosas de pressão osmótica, elevação de ponto de ebulição, abaixamento de ponto de fusão;

— Desenvolver os métodos de determinação de peso molecular através da difusão da luz (que é essencialmente devida a estrutura molecular não homogénea e que até para líquidos puros mostrou Einstein ser proveniente de flutuações térmicas locais) e de processos aperfeiçoados de viscosimetria, difusão e ultracentrifugação.

4.2 Esta investigação permitiu orientar a pesquiza de novos elastómeros de novas fibras e de novos plásticos e compreender alguma coisa sobre o *comportamento mecânico* destes materiais. Interessa, aqui, particularmente, detalhar as *propriedades do estado amorfo e do estado cristalino dos polímeros*.

As propriedades dos polímeros são particularmente afectadas pela temperatura, fundamentalmente devido a dois tipos de mecanismos. Um é o da fusão cristalina, isto é, o desaparecimento das regiões cristalinas do polímero, e é conhecido por *transição de primeira ordem*. O outro mecanismo, denominado *transição de segunda ordem* consiste na transformação do polímero dum estado vítreo, de dureza particular, para um estado flexível. Ao primeiro corresponde a *temperatura de fusão (cristalina)* e ao segundo a *temperatura de transição vítrea*.

A temperatura de fusão (cristalina), T_f é determinável através dos métodos químico-físicos referidos; a temperatura de transição vítrea, T_r é manifestada pela mudança do coeficiente de temperatura de funções termodinâmicas tais como o volume específico e a entalpia. A título de exemplificação indica-se gràficamente a variação do volume específico da borracha em função da temperatura, para o estado amorfo e para o estado cristalino do elastómero, reconhecendo-se fàcilmente T_f e T_r, que valem aqui respectivamente $+10\,^{\circ}C$ e $-73\,^{\circ}C$.



4.3 A temperatura T_r, de transição de segunda ordem é reconhecível através de *propriedades técni-*

camente muito importantes como o módulo de elasticidade, a condutividade térmica, a constante dieléctrica e o índice de refracção, cujos valores mudam bruscamente em T_r.

Acima da temperatura de transição vítrea os *plásticos* adquirem propriedades elastoméricas; abaixo de T_r perdem os *elastómeros* as suas propriedades elásticas e adquirem propriedades plásticas especiais.

A temperatura de transição vítrea é particularmente importante para os *polímeros* no *estado amorfo*, isto é, os seus efeitos de descontinuidade de propriedades físicas são particularmente acentuados neste estado.

Indicam-se, seguidamente, algumas temperaturas de transição vítrea (°c.):

Borracha (natural)	—73
Acetato de Polivinilo	28
Nylon 66	47
Nitrato de Celulose	53
Cloreto de Polivinilo	75
Polistireno	81

4.4 *Do ponto de vista das aplicações* dos polímeros, interessa fundamentalmente o *estado amorfo*, que confere *isotropia, homogeneidade* e *continuidade* aos materiais *elasto-plásticos*. Ao estado cristalino correspondem materiais descontínuos, anisótropos e heterogéneos. Um e outro se encontram, contudo, permanentemente associados. A fim de facilitar o estudo do comportamento dos *materiais elasto-plásticos* aos esforços aplicados, *supõem-se estes no estado amorfo*, completamente, mas com constantes de elasticidade e de plasticidade dependentes da estrutura cristalina, das dimensões das cristalites elementares e doutras características dos polímeros.

4.5 Resumindo, os problemas do estado plástico ou, mais geralmente da elastoplasticidade não podem ser dominados pela *Química*. Podem ser elucidados com os progressos da *Química-Física, mas a Engenharia Química e a Engenharia, dum modo geral, tratam fundamentalmente da previsão do comportamento dos materiais* e necessitam, assim, de um corpo de doutrina básico que sirva de *modelo* para o *tratamento quantitativo* dos problemas. Este modelo é a *Reologia* que estuda, dum modo geral as relações entre as tensões e as deformações.

As tentativas feitas para *extrapolar o comportamento das soluções diluídas* dos polímeros para as *soluções concentradas* resultaram infrutíferas, pelo que o estudo do comportamento dos *plásticos* (no sentid
mente
Fica al
domín
conve
plurím
apreci
blema

De
em re
aprese
que t
irreve

5. RE

5.1
ciência
a fim d
Nas
— o d
Alves -
gia, pe
uma c
ceitos
e as di
clatura
dade.

5.2
Hookea

Os
(Φ_{ik}) e
cia e o
são sin

(Φ_{ik}) =

em que, sendo u, v, w os deslocamentos na direcção dos 3 eixos coordenados ox, oy, oz, respectivamente, temos:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} \quad , \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$2\,b_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$2\,b_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$2\,b_{yz} = \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

Admitindo a irrotacionalidade, vem, simplesmente:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \tau_z \qquad \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \gamma_z$$
$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_y \qquad \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \gamma_y$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_x \qquad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \gamma_x$$

(Estas componentes γ_x, γ_y, γ_z, distorsões, representam a variação do ângulo recto que formam dois planos correspondentes, devido às deformações).

As relações entre os esforços e as deformações vêm então, dados por um sistema de 6 equações:

$$\sigma_{x,y,z} = f_i\ (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)\ ; \quad i = 1, 2, 3$$

$$\tau_{x,y,z} = f_k\ (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)\ ; \quad k = 4, 5, 6$$

Em Mecânica Aplicada, admite-se que as funções f_i, f_x são analíticas; supondo ainda que são nulas as tensões iniciais, vem:

$$\sigma_{x,y,z} = c_{i1}\,\varepsilon_x + c_{i2}\,\varepsilon_y + c_{i3}\,\varepsilon_z + c_{i4}\,\gamma_x + c_{i5}\,\gamma_y + c_{i6}\,\gamma_z$$

$$\tau_{x,y,z} = d_{k1}\,\varepsilon_x + d_{k2}\,\varepsilon_y + d_{k3}\,\varepsilon_z + d_{k4}\,\gamma_x + d_{k5}\,\gamma_y + d_{k6}\,\gamma_z,$$

expressões que se obtêm pelo desenvolvimento de Taylor e pela hipótese — corrente em Mecânica Aplicada — da linariedade das funções. Temos assim 36 constantes elásticas, que — fazendo ainda a hipótese de homogeneidade do meio — se reduzem aos dois coeficientes de Lamé, λ e μ, como se mostra em Resistência de Materiais:

$$\sigma_{x,y,z} = \lambda\,\theta + 2\,\mu\,\varepsilon_{x,y,z}$$

$$\tau_{x,y,z} = \gamma\,\mu_{x,y,z}\,,$$

em que θ é o coeficiente de dilatação cúbica.

Introduzindo agora o módulo de elasticidade E (módulo de Young), o coeficiente de Poisson ν e módulo de elasticidade transversal $G = \mu$ (módulo de Coulomb), vêm as expressões finais

$$E\,\varepsilon_x = \sigma_x - \nu\,(\sigma_y + \sigma_z)$$
$$E\,\varepsilon_y = \sigma_y - \nu\,(\sigma_x + \sigma_z)$$
$$E\,\varepsilon_z = \sigma_z - \nu\,(\sigma_x + \sigma_y)$$

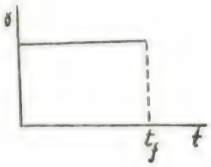
$$G\,\gamma_x = \tau_x$$
$$G\,\gamma_y = \tau_y$$

$G\,\gamma_z = \tau_z$, em que E, ν, G obedecem à relação $E = 2\,(1 + \nu)\,G$.

Aquelas 6 equações traduzem a lei da elasticidade, de Hooke. Particularmente interessa aqui a relação

$$\gamma = \frac{1}{G}\,\tau\,,$$

que diz, simplesmente, que o deslizamento ou distorsão paralelipipédica é proporcional à tensão. Nas condições da lei de Hooke, γ é ainda independente do tempo e é nulo na ausência de esforços (elasticidade ideal):

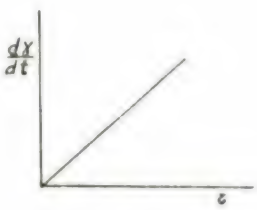


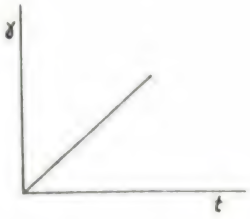
(t_f: instante em que o esforço deixa de actuar)

Estas relações e estes gráficos caracterizam ou definem um corpo ideal, do ponto de vista da Reologia — o *corpo hookeano*. O *aço* é um exemplo dum corpo pràticamente hookeano.

5.3 *Líquido Newtoniano*

Líquido newtoniano, por definição, é um corpo tal que a relação entre a variação do deslizamento com o tempo e o esforço transverso é constante. Aos gráficos da alínea anterior correspondem, agora estes outros:





Mostra-se (ver texto citado, em 5.1) que $d\tau = \mu \frac{d\gamma}{dt}$, em que μ é a viscosidade, definida através da relação $\frac{dF}{ds} = \mu \frac{du}{dn}$, corrente, que não é mais do que um caso particular da anterior.

O *álcool etílico* é exemplo dum líquido pràticamente newtoniano.

5.4 *Valor de cedência. Sólido Plástico.*

Definidos o corpo hookeano e o líquido newtoniano, o conceito de sólido plástico vai agora ser introduzido através de certas *definições técnicas* (que se encontram nas normas da A. S. T. M.):

— Consistência — Propriedade de um corpo, em virtude da qual ele tende a resistir à deformação;

— Plasticidade — Propriedade de um corpo em virtude da qual ele tende a reter a deformação depois da redução do esforço até um certo valor designado por *valor de cedência* ou *tensão de cedência (yield value* ou *yield stress)*;

— Elasticidade — Propriedade de um corpo em virtude da qual ele tende a recuperar as suas dimensões e forma depois da deformação;

— Líquido — Substância que sofre uma deformação contínua quando sujeita a esforços transversais;

— Líquido simples — Líquido em que a variação do deslizamento com o tempo é proporcional ao esforço transversal;

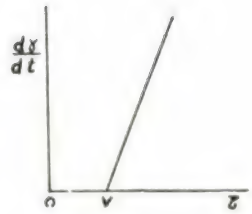
— Líquido complexo — Líquido em que a variação do deslizamento com o tempo não é proporcional ao espaço transversal;

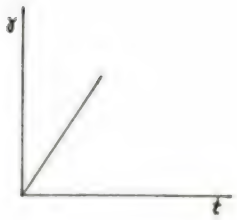
— Sólido — Substância que apenas sofre uma deformação permanente quando sujeita a um esforço transversal superior a um dado valor característico da substância;

— *Sólido plástico* — Substância que não se deforma sob a acção de um esforço transverso enquanto esta não atinge o *valor de cedência*; a partir deste valor, a deformação é permante;

— Sólido elástico — Substância em que a deformação é perfeitamente determinada pelo esforço (para todos os valores do esforço transverso abaixo do esforço de ruptura), independentemente de este ser crescente ou decrescente.

Ao *sólido plástico* correspondem, então, os gráficos.





OV é o *valor de cedência*. Caso típico é aqui representado pelas *tintas*, cujo movimento obedece a uma equação análoga à de Poiseuille, dos líquidos newtonianos.

5.5 Estes três casos limites — corpo hookeano, líquido newtoniano e sólido plástico — permitem definir tipos intermédios: corpo elástico não hookeano, i.e., com a função $\gamma(\tau)$ não linear, como plástico-elástico, corpo plástico inelástico, etc. Referimos o leitor ao texto citado para a pormenorização deste assunto.

As dificuldades encontradas para enquadrar os plásticos na estruturação feita têm levado os autores a tratamento semi-quantitativo, definindo uma *escala convencional* de valores, para determinadas *características de valores*:

0 — Insignificante
1 — Muito pequeno
2 — Bastante pequeno
3 — Médio
4 — Bastante grande
5 — Muito grande

No texto citado (v. 5.1), indicam-se como características de qualidade as seguintes:

I — Viscosidade
II — Módulo de elasticidade
III — Histerese elástica
IV — Viscosidade estrutural
V — Curvatura da curva
VI — Diminuição de consistência em presença do esforço aplicado
VII — Endurecimento em consequência da deformação
VIII — Um factor de resistência (em geral à tracção, mas que pode ser convencionalmente à compressão, como é o caso do cimento),

e indicam-se alguns valores numéricos, de que transcrevemos, apenas os seguintes:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Asfalto	3-4	—	—	0	0	—	—	2
Manteiga	3-4	—	—	4	1	3	4	—
Caseína e plásticos de caseína	4	3	—	0-1	0-2	—	4	—
Cimento	5	5	—	4	4	—	—	2
Argila (pastas)	3	4	—	5	5	0-3	4	1
Fibras vegetais	5	2-4	0-2	4	—	—	2-4	3-5
Óleos	1-3	—	—	0-1	—	0	0	—
Tintas.	2	0-3	0-1	1	2-4	0-2	0	—

5.6 As conclusões a que o estado actual da Reologia nos leva são do tipo *semiquantitativo*, portanto, para a maioria dos casos de interesse prático.

As últimas investigações sobre o *teste* e o *controle de qualidade dos Plásticos* vieram mostrar a utilidade de consideração de *modelos físicos* do tipo mola e êmbolo (elemento Maxwell, elemento Voigt, etc.) na caracterização quantitativa dos Plásticos.

Não desenvolveremos aqui este assunto não só para não alongar a exposição mas também porque vamos passar a expor um tratamento mais geral e sistemático da Plasticidade.

6 — IRREVERSIBILIDADE E MECÂNICA HEREDITÁRIA

6.1 *Grandeza das deformações. Irreversibilidade*

A teoria da Elasticidade aplica-se às *deformações muito pequenas*, isto é, insignificantes relativamente às dimensões dos corpos.

Esta distinção entre deformações muito pequenas e *deformações finitas* é *cómoda do ponto de vista analítico mas não corresponde* ao estado actual do conhecimento do comportamento dos materiais. Sabe-se com efeito que mesmo as deformações consideradas como muito pequenas ou insignificantes não são elásticas em muitos casos das diversas tecnologias.

Como se acentuou anteriormente, *a Engenharia, é, fundamentalmente, previsão quantitativa do comportamento dos materiais.* Ora nesta previsão é hoje essencial que a teoria ou o *Modelo* dêem conta da reversibilidade ou da irreversibilidade dos fenómenos porque são fundamentalmente os fenómenos irreversíveis que influem na previsão quantitativa.

Nos *fenómenos reversíveis*, isto é, em que as deformações desaparecem assim que cessam os esforços, será possível estabelecer sempre uma correspondência biunívoca entre tensões e deformações.

Para os *fenómenos irreversíveis*, isto é, em que as deformações não desaparecem totalmente depois da cessação dos esforços aplicados, tal correspondência biunívoca não é possível. As deformações num dado instante t dependerão não só das forças que nesse instante actuam sobre o corpo mas também das forças que actuaram prèviamente.

6.2 *A variação de forma e de dimensões* constitui a *parte directamente acessível* e mensurável da deformação mas uma teoria das deformações permanentes deve dar conta não só de fenómenos deste tipo, como a histerese elástica (em que em regresso ao estado inicial é possível) mas também de fenómenos como o da *relaxação dos betões*, da *plasticidade dos metais* e de certos fenómenos da *plasticidade dos polímeros* que constituem mudanças irreversíveis de estado físico (sem possibilidade de regresso ao estado inicial).

6.3 *Mecânica Hereditária. Equações Diferenciais e Mecânica não-Hereditária*

Uma das grandes autoridades da Mecânica Clássica, Painlevé, escreve em «De la Méthode dans les Sciences» que não há problemas de mecânica hereditária, porque os aparentes problemas de hereditariedade desapareceriam quando os conhecimentos tecnológicos e científicos sobre a constituição dos corpos se aprofundassem. *Este ponto de vista veio, porém, dificultar grandemente a interpretação dos factos experimentados.*

Numa memória célebre, publicada em 1910, Volterra, mostrou que os problemas da *Física-Matemática e da Mecânica não-Hereditária* podem sempre ser postos em termos de *equações diferenciais ordinárias ou parciais*, correspondendo os dados iniciais às constantes arbitrárias ou às funções arbitrárias que aparecem na integração das equações.

Os problemas da *Mecânica Hereditária* (termo que, segundo parece, foi criado em 1907 numa

memória de Picard) serão postos em termos de quantidades dependentes de *parâmetros descrevendo a história do corpo ou sistema* e, portanto, funções do tempo, para o que não servem as equações diferenciais.

Somos conduzidos, assim, à análise de quantidades dependentes de todos os valores de uma ou mais funções de linhas ou de hiperespaços. Volterra mostrou, na citada memória, que os problemas da Mecânica Hereditária podem ser postos em termos de *equações integrais*, do género elíptico, à custa de funções muito gerais, particularizáveis nas aplicações.

6.4 *Deformação Plástica*

Volterra escolheu uma *função muito geral* (que pode representar qualquer das características da deformação no instante t) para representar as grandezas que dependem de todos os valores que uma função do tempo pode tomar num intervalo dado. Admitindo que tal função possa ser desenvolvida em série análoga à de Taylor e que se possa desprezar os termos de ordem superior à primeira, obtém-se assim o que Volterra denominou Hereditariedade Linear.

Admitindo que se parte do instante $t = 0$, em que começa a aplicação das forças e em que o corpo está não deformado não só em globo mas em todos seus elementos, qualquer característica da deformação poderá se exprimir em termos de:

— deformação elástica, ε, por definição função linear da tensão;

— deformação permanente ou plástica $\bar{\varepsilon}$, com a expressão matemática

$$\bar{\varepsilon}\,(T) = \int_0^T a\,(t)\; f\,(T, t)\; dt$$

$f\,(T, t)$, chamada por Volterra *coeficiente de hereditariedade*, representa, pois, em cada instante, a razão entre a velocidade de aumento da deformação plástica e o valor da função $a\,(t)$, chamada *função determinante* da deformação plástica.

A função $a\,(t)$ supõe-se linear no tempo:

$$a\,(t) = k\,t\,,$$

em que k é uma constante arbitrária.

O coeficiente de hereditariedade $f\,(T, t)$ supõe-se da forma

$$f = \alpha_0 + \alpha_1\,a + \alpha_2\,a^2 + \ldots\,,$$

onde os coeficientes α_i têm um valor dependente das características do material e da velocidade de deformação que lhe é imposta.

Nestas hipóteses, a expressão geral da deformação plástica é a seguinte:

$$\bar{\varepsilon}\,(T) = \int_0^T k\,t\,(\alpha_0 + \alpha_1\,k\,t + \alpha_2\,k^2\,t^2 + \ldots)\,dt =$$

$$= \frac{\alpha_0\,k}{2}\,T^2 + \frac{\alpha_1\,k^2}{3}\,T^3 + \frac{\alpha_2\,k^3}{4}\,T^4 + \ldots =$$

$$= \frac{\alpha_0}{2\,k}\,a^2\,(T) + \frac{\alpha_1}{3\,k}\,a^3\,(T) + \frac{\alpha_2}{4\,k}\,a^4\,(T) + \ldots$$

6.5 *Função determinante e coeficiente de hereditariedade*

Dois casos se podem apresentar, para a escolha da *função determinante*. Se as deformações plásticas se verificam sob a acção de forças exteriores, escolher-se-á como função determinante uma das características da deformação elástica. Se se trata de definir um estado determinado por deformações impostas, escolher-se-á como função determinante uma das características da deformação total (igual à soma algébrica da deformação elástica e da deformação plástica).

Dois casos também se apresentam como fundamentais relativamente ao *coeficiente de hereditariedade*:

— 1.º: Os termos que contêm a são desprezáveis relativamente a α_0; então o coeficiente de hereditariedade é constante e os *fenómenos* correspondentes *reversíveis*;

— 2.º: No caso contrário, as *deformações* são *irreversíveis* e trata-se duma autêntica mudança de estado físico.

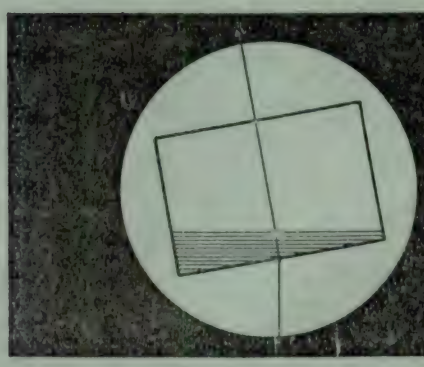
No primeiro caso, a lei da variação das deformações plásticas, como fàcilmeute se vê, é representável por uma função $\sigma\,(\varepsilon)$, parábola tangente na origem dos eixos à recta correspondente à lei de Hooke, acompanhada doutras que representam outras tantas inversões no sentido da solicitação e cujas constantes estarão ligadas à da primeira por relações que traduzem a condição do ciclo fechado.

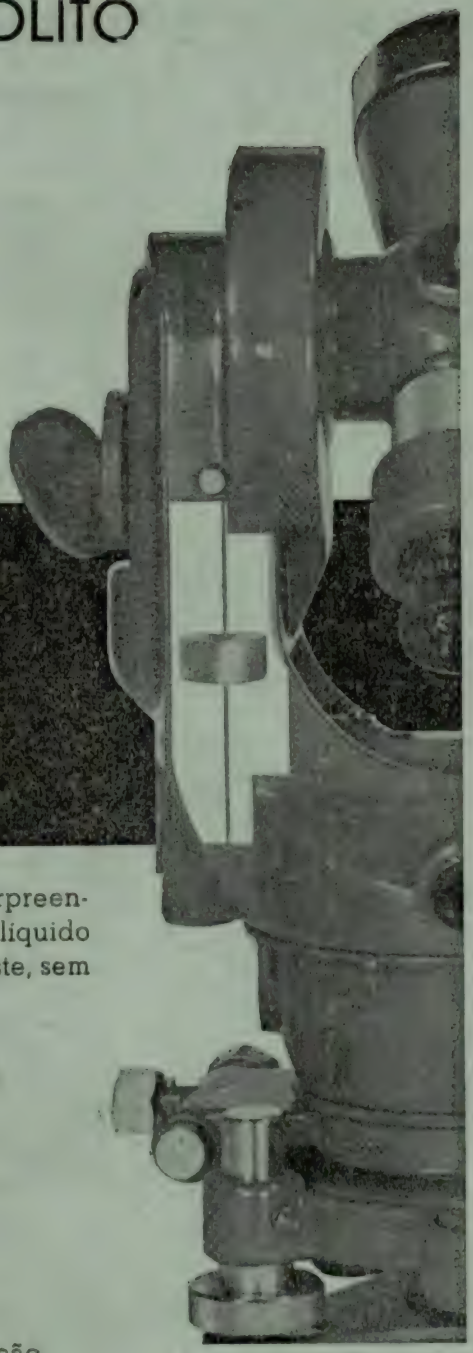
O NOVO TEODOLITO

Wild T 1-A

com calagem
zenital automática

O teodolito com os aperfeiçoamentos mais modernos, permitindo medições mais fáceis, rápidas e mais exactas





Automatismo duma concepção surpreendentemente simples: Prisma com líquido sem partes mecânicas, sem desgaste, sem desarranjos sem reparações.

Detalhes no prospecto Th 154

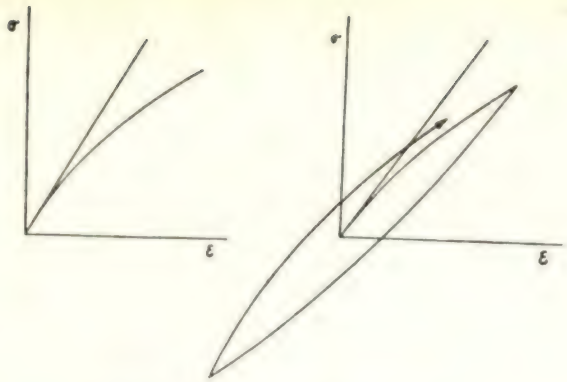
WILD
HEERBRUGG

Solicitem catálogo ou demonstração ao representante exclusivo:

WILD PORTUGAL, L.DA

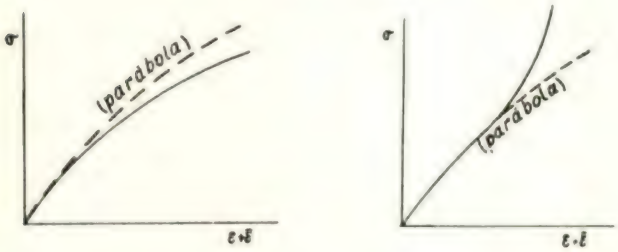
LISBOA — PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8, S.L 6 — Tel. 68 1127

TRANSFORMADORES
ENAE
LICENÇA SIEMENS-SCHUCKERT
ATÉ
1600 kVA
35 kV
DA CONCEPÇÃO AO
ENSAIO
O RIGOR E O
CUIDADO QUE FAZEM
AS OBRAS PERFEITAS
EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELÉCTRICA — AV. 24 DE JULHO, 158 — LISBOA



6.6 *Relaxação. Plasticidade irreversível*

A expressão geral do coeficiente de hereditariedade — correspondente ao 2.° caso apontado em 6.5 — corresponderá não a parábolas mas a curvas de ordem superior:



O primeiro caso, i.e., o do primeiro gráfico, corresponde ao caso em que o conjunto dos termos de ordem superior do coeficiente de hereditariedade é positivo; o segundo caso ao de tal conjunto ser negativo.

Ao primeiro caso corresponde a *relaxação dos materiais* — deformabilidade plástica excessiva.

Ao segundo caso corresponde a *plasticidade especial* que apresentam certos metais além de certo limite.

6.7 *Aplicações. Confirmações experimentais*

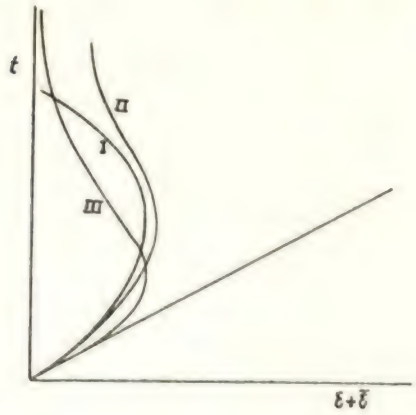
Quanto à relaxação, encontraram-se (Rasch, 1959) curvas que correspondem efectivamente às previstas pela teoria exposta.

A curva I, no gráfico junto, é para coeficiente de hereditariedade constante.

A curva II é uma curva típica da *relaxação* dum *betão*.

O andamento das curvas do tipo II depende das velocidades de deformação impostas aos materiais.

A curva III, assintótica com o eixo dos tempos, corresponde a um número infinito de termos do coeficiente de hereditariedade, i.e, a uma série (infinita) de termos.



O comportamento mecânico, σ $(\varepsilon + \bar{\varepsilon})$ dum fio de *aço* sujeito à acção dum esforço de *tracção crescendo linearmente com o tempo* foi interpretado convenientemente (Colonnetti, Instituto das Aplicações de Cálculo — I. Picone —, Roma) em função dum coeficiente de hereditariedade com termos até à 7.ª potência de a.

Fenómenos inteiramente análogos ao da relaxação dos betões encontram-se no *comportamento mecânico dos Plásticos*. Curvas do tipo II foram apresentadas no Congresso de Plásticos do I. S. O. (International Standards Organization), de 1959, para o *polistireno*. Não foi, contudo, apresentada para o fenómeno uma interpretação conveniente.

Ao Comité Europeu do Betão foi presente uma memória de Rasch explicando, em termos da teoria da hereditariedade, o comportamento de betões de fraca resistência, cujo comportamento — contràriamente aos de alta resistência depende da velocidade das solicitações, segundo curvas do tipo II. Investigações em curso mostram até que as deformações plásticas se manifestam nas regiões das secções das vigas mais próximas do eixo neutro e, portanto, menos solicitados.

7 — CONCLUSÕES

Ao longo desta exposição procurou mostrar-se que os problemas do estado plástico e da irreversibilidade dos materiais têm sido submetidos a um tratamento variado de nível e de pontos de vista. A importância crescente dos materiais plásticos como materiais de construção e de equipamento, justifica o crescente interesse do

problema, tendo em vista a economia e a funcionalidade das soluções.

Os testes químicos e físicos de verificação e de controle de qualidade dos materiais têm evoluído em função da melhor compreensão dos problemas do estado plástico. E se os problemas da plasticidade do betão têm uma importância considerável na previsão do comportamento deste material e correspondente economia de soluções, nos plásticos pròpriamente ditos é a própria compreensão do estado físico que está em jogo.

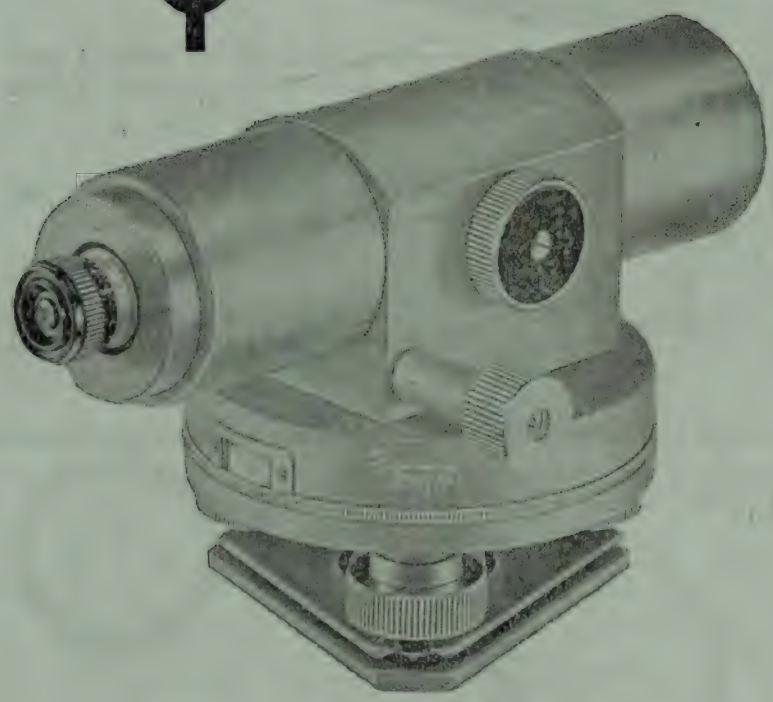
A teoria apresentada mostra que se encontrou um *modelo apropriado ao tratamento quantitativo dos problemas,* que tanto permite interpretar o *comportamento mecânico do polistireno,* por exemplo, como mostra que *nem sempre as maiores tensões* se verificam, nas vigas, *nos pontos mais afastados do eixo neutro* — o que tem particularmente significado para velocidades de deformação apreciáveis ou duração prolongada da aplicação dos esforços (condições em que as deformações plásticas se acentuam).

Os problemas dos testes mecânicos a alta velocidade — de importância cada vez maior no controle de qualidade dos materiais — exigem uma compreensão profunda do estado plástico.

Nos moldes de teoria da elasticidade têm sido feitos progressos no domínio da plasticidade (A. Iliouchine, 1947). Contudo a teoria da hereditariedade linear apresenta um modelo relativamente simples para a compreensão dos problemas do estado plástico, justificando-se assim as investigações levadas a cabo para a sua confirmação e para a interpretação de fenómenos tão diversos, que encontram, deste modo, um *tratamento sistemático unificado,* que certamente se reflectirá, cada vez mais, na *economia* e na *funcionalidade* das *soluções técnicas.*

NÍVEL AUTOMÁTICO

Otto-Fennel



Moderno aparelho equipado com um sistema prismático pendular, colocando automàticamente a linha de mira na sua posição horizontal.

A simplicidade e robustez do processo utilizado e o seu grande rendimento de trabalho, tornam este aparelho excepcionalmente dotado para todos os nivelamentos técnicos

CARACTERÍSTICAS

Luneta — Nivelamento com focagem interna, óptica tratada, imagem direita Comprimento 200 mm Ampliação 20 x. abertura da objectiva 25 mm. Distância mínima de mira 2,5 m. Constante de adição zero. Constante de multiplicação 100

Circulo horizontal — Diâmetro 100 mm. Graduação 1° 1 g.
Leitura directa 1° 1 g. Leitura por avaliação 6 10c

Sensibilidade do nivel esférico: 8'
Tripé extensível, caixa metálica com pequenos acessórios
Pesos· aparelho 2 kg, caixa 2,400 kg; tripé 5,200 kg

REPRESENTANTES

PAPELARIA FERNANDES — S. A. R. L.

L. DO RATO, 13 — TEL. 68 21 31 / 39 — R. DO OURO, 145 — TEL. 2 83 61 / 2 60 66

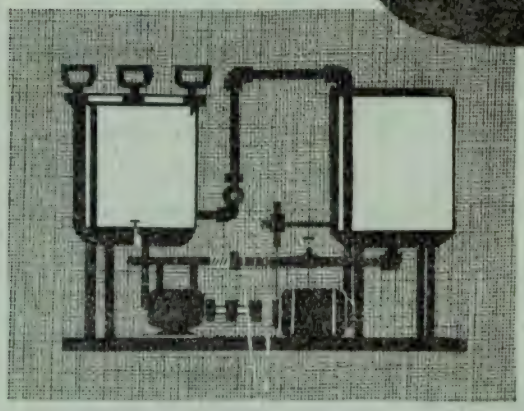
LISBOA

filtros FILFRO, L.da

ALGUMAS DAS PRINCIPAIS APLICAÇÕES:

Água • Açúcar • Óleos vegetais, animais e minerais • Cerveja
Sabão líquido • Resinas naturais e sintéticas • Vinhos • Vinagre
Glicerina • Tintas • Vernizes
Sumos de frutos • Xaropes
Azeite • Industria química

FILTROS NACIONAIS PARA TODOS OS PROBLEMAS DE FILTRAÇÃO



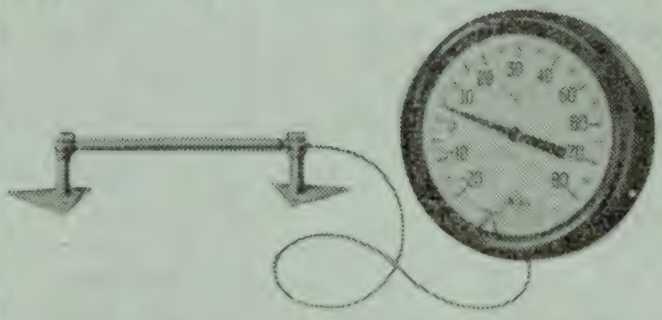
Inteiramente fabricados em Portugal, por técnicos e operários portugueses, segundo a patente port. n.º 29.917

Dezenas de instalações a funcionar no país atestam a sua excelente qualidade.

RUA CAPITÃO FILIPE DE SOUSA, 128
CALDAS DA RAINHA

FILTROS FILFRO, L.da PORTUGAL

Leituras claras e rigorosas



Termómetros de mostrador para todos os fins industriais com a garantia NEGRETTI & ZAMBRA quanto a precisão e robustez.
À esquerda, um dos novos tipos "Standard" e, à direita, um dos modelos próprios para motores Diesel — apenas dois exemplos de uma larga gama abrangendo centenas de modelos.
Grande variedade de modelos para entrega imediata na fábrica.

NEGRETTI & ZAMBRA

Peça catálogo em Português aos Representantes exclusivos em Portugal e Provincias Ultramarinas:
MARTIN LESLIE & CIA. LDA.
Campo das Cebolas, 43 3.º D.-LISBOA-2
Tel. 3 28 24 e 3 52 34

Sede: NEGRETTI & ZAMBRA LTD.
Regent Street, London W.1

C. D. U. 541.127.1

Reacções químicas sucessivas, de primeira ordem

Constantes cinéticas

POR A. J. GARRAS DA SILVA PINTO
Aluno do I. S. T.
Bolseiro Soda - Póvoa

RESUMO

Estuda-se neste trabalho a cinética das reacções químicas sucessivas de primeira ordem, quando as constantes de velocidade das reacções parciais são quaisquer, e a medida em que as aproximações, impostas pela complexidade das soluções, são válidas.

Estuda-se pormenorisadamente a cinética da reacção $X \xrightarrow{k_1} Y^* \xrightarrow{k_2} Z$ *e os métodos de cálculo das constantes quando a experiência fornece a variação de x e z, com o tempo, ou só a variação de z.*

Neste último caso, apresenta-se um método aproximado de cálculo das constantes, susceptível de isolar as duas soluções possíveis do sistema.

A solução verdadeira, será obtida em cada caso particular, a partir das propriedades químicas dos compostos em reacção ou pelo valor aproximado de x dado pela análise química.

Introdução:

O presente trabalho foi-nos sugerido ao estudar a cinética da hidrólise de alguns compostos orgânicos cíclicos [1, 2], em que a lei de formação dos produtos da reacção se apresentava duma forma complexa.

Considerando a reacção numa única fase:

$$\text{reagentes} \xrightarrow{\text{hidrólise}} \text{produtos de reacção}$$

era impossível obter formas matemáticas que reproduzissem os resultados experimentais.

Pelo contrário a consideração da reacção em duas fases, uma de formação dum complexo de vida prolongada e outra de formação dos produtos da reacção, permitia decompor o fenómeno em elementos de análise relativamente simples.

O mecanismo de qualquer reacção química, mesmo quando simples, apresenta-se ainda tão complexo que dificilmente pode conhecer-se em todos os seus pormenores.

Este facto tem levado muitos autores a abandonarem hipóteses mais ou menos especulativas sobre o mecanismo das reacções químicas, quase sempre impossíveis de traduzir em linguagem matemática sem aproximações grosseiras; admitem mais simplesmente que os reagentes actuam entre si para formar complexos mais ou menos instáveis, correspondendo a máximos de energia potencial, que se decompõem dando origem aos produtos de reacção.

Em muitos casos particulares foi possível pôr em evidência pela análise química a existência de tais compostos intermediários, em quantidade e duração suficientes para alterarem profundamente a cinética das reacções químicas.

Consideram-se neste estudo os casos extremos, (em que uma das velocidades de reacção é muito superior à outra), o caso geral (em que as duas velocidades são quaisquer), e a medida em que as aproximações correntemente feitas são válidas.

---

(1) P. A. Laurent, A. Garras da Silva Pinto, J. L. Cardoso Pereira — «Bulletin de la Société Chimique de France», 1960, 926.

(2) P. A. Laurent, A. Garras da Silva Pinto, J. L. Cardoso Pereira. Comunicação à Sociedade Portuguesa de Química e Física — Maio, 1960.

Caso geral

Considere-se um sistema químico reagindo, a uma pressão e uma temperatura supostas constantes, de maneira irreversível, segundo o esquema:

$$X \xrightarrow{k_1} Y^* \xrightarrow{k_2} Z$$

A cinética do sistema traduz-se por

$$(1) \qquad \frac{dx}{dt} = -k_1 x^n$$

$$(2) \qquad \frac{dy^*}{dt} = k_1 x^n - k_2 y^{*m}$$

$$(3) \qquad \frac{dz}{dt} = k_2 y^{*m}$$

em que x, y^* e z representam as concentrações no instante t de X, Y^* e Z e n e m a ordem das reacções.

Sejam ainda

$$x_{t=0} = x_0$$
$$y^*_{t=0} = 0$$
$$z_{t=0} = 0 \ ,$$

e ponha-se por hipótese $n = m = 1$, isto é, considere-se que as duas reacções são de primeira ordem.

Somando (1), (2) e (3) tem-se

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy^*}{dt} + \frac{dz}{dt} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d}{dt}(x + y^* + z) = 0$$

ou ainda

$$(4) \qquad x + y^* + z = x_0$$

As igualdades anteriores traduzem a conservação da massa no sistema e são válidas em todos os instantes.

Integrando o sistema obtem-se

$$(5) \qquad x = x_0 e^{-k_1 t}$$

Substituindo este valor em $\frac{dy^*}{dt}$ e multiplicando ambos os membros de (2) por $e^{k_2 t}$ vem:

$$e^{k_2 t} dy + (k_2 e^{k_2 t} y - x_0 e^{(k_2 - k_1)}) dt = 0$$

Esta diferencial exacta integra-se imediatamente e vem após o cálculo da constante:

$$(6) \qquad y^* = \frac{k_1}{k_2 - k_1} x_0 (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t})$$
$$k_1 \neq k_2$$

Substituindo este valor em (3) e integrando:

$$(7) \qquad z = x_0 [1 + \frac{1}{k_2 - k_1} (k_1 e^{-k_2 t} - k_2 e^{-k_1 t})]$$
$$k_1 \neq k_2$$

(5), (6) e (7) são as funções que permitem conhecer em cada instante a composição do sistema.

Quando $k_1 = k_2 = k$ obtém-se

$$(5') \qquad x = x_0 e^{-kt}$$

$$(6') \qquad y^* = x_0 k t e^{-kt}$$

$$(7') \qquad z = x_0 [1 - (1 + kt) e^{-kt}]$$

Algumas relações interessantes

Antes de continuar o estudo vejamos algumas relações que se podem estabelecer a partir do que se disse anteriormente.

z (t) tem um ponto de inflexão para o mesmo valor de t a que corresponde um valor máximo de y^*, como se vê fàcilmente. Calculando o máximo

$$\frac{dy^*}{dt} = \frac{k_1}{k_2 - k_1} x_0 [k_2 e^{-k_2 t} - k_1 e^{-k_1 t}] = 0$$

ou

$$\log \frac{k_1}{k_2} = (k_1 - k_2) t_i$$

e fazendo

$$(8) \qquad \mu = \frac{k_1}{k_2}$$

$$(9) \quad \left| \begin{array}{l} t_i = \frac{1}{k_2} \cdot \frac{1}{\mu - 1} \log u = \frac{1}{k_1} \frac{\mu}{\mu - 1} \log u \\ t = \frac{1}{k} \quad (\mu = 1) \end{array} \right.$$

O valor do máximo é:

$$y^*_{max} = \frac{\mu}{1 - \mu} x_0 (e^{\frac{\mu \log u}{1 - \mu}} - e^{\frac{\log u}{1 - \mu}})$$

que se transforma fàcilmente em

$$(10)\quad \left|\begin{array}{ll} y^*_{max} = x_o\, \mu^{\frac{1}{1-\mu}} & \mu \neq 1 \\ y^*_{max} = \dfrac{x_o}{e} & \mu = 1 \end{array}\right.$$

O ponto de inflexão z_i é dado por

$$(11)\quad \left|\begin{array}{ll} x_o - z_i = \dfrac{\mu + 1}{\mu}\, y^*_{max} & \mu \neq 1 \\ x_o - z_i = \dfrac{2\, x_o}{e} & \mu = 1 \end{array}\right.$$

Casos particulares

1 . $\mu << 1$

Considerando $\mu = 0.1$ verifica-se que

$$y^*_{max} \sim 0.10\, x_o$$

ou seja que a concentração máxima de y^* num tal sistema é da ordem dos 10 % de x_o. O tempo ao fim do qual se atinge este máximo é

$$t_i = \frac{1}{9\, k_1}$$

ou seja aproximadamente $\frac{1}{6}$ do tempo de semi-reacção para X:

$$\theta = \frac{\log 2}{k_1}$$

Na figura 1 representa-se o sistema para $k_1 = 0.025\ s^{-1}$ e $\mu = 0.2$, vendo-se que a partir do máximo a variação de y^* é fraca podendo por-se sem grande erro:

$$\frac{d\, y^*}{d\, t} \simeq 0$$

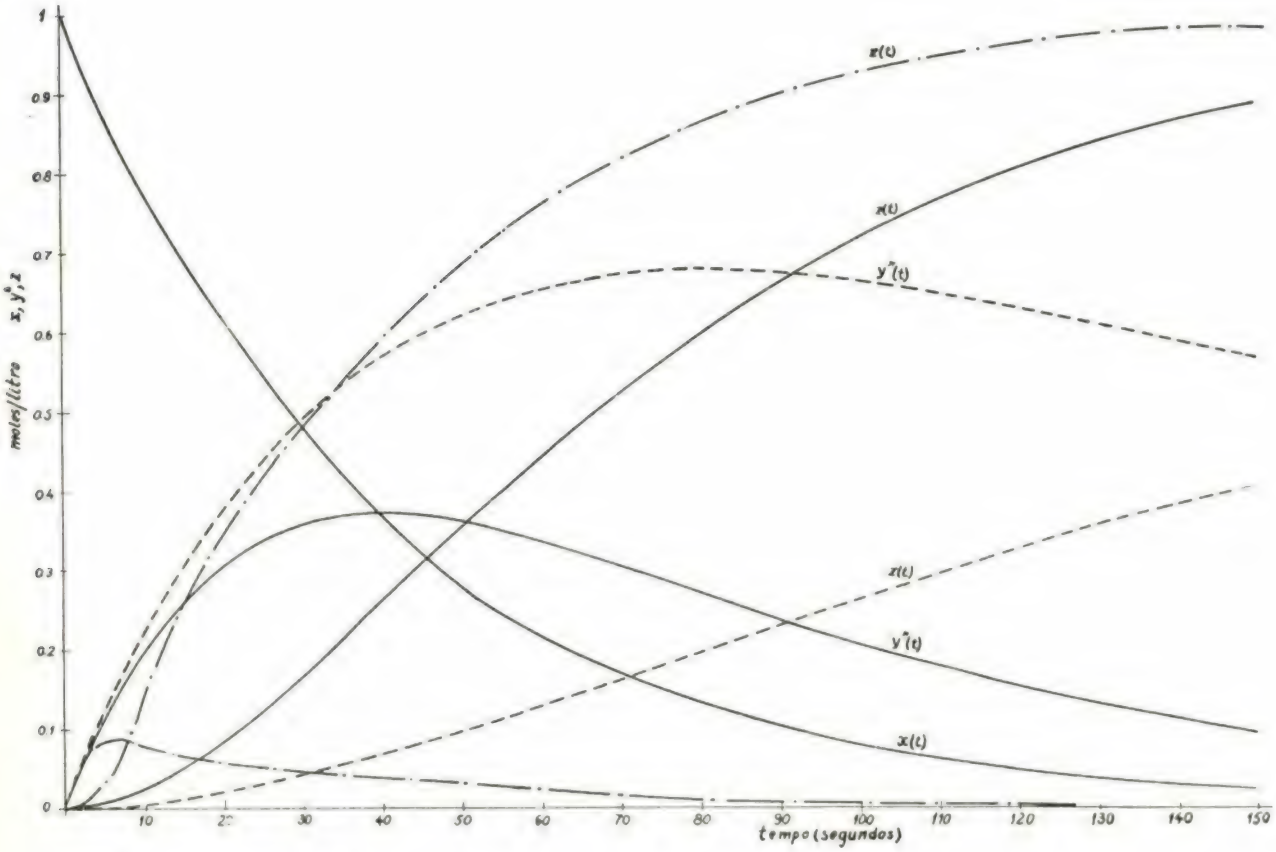
É a chamada hipótese do regime estacionário. O sistema trata-se então simplesmente:

$$\frac{d\, x}{d\, t} = -\, k_1\, x \qquad k_1\, x = k_2\, y^* \qquad \frac{d\, z}{d\, t} = k_2\, y = k_1\, x$$

ou

$$\frac{d\, z}{d\, t} = -\frac{d\, x}{d\, t} = k_1\, x$$

$$x = x_i\, e^{-\, k_1\, t}$$



Legenda:
— · — $\mu = 0.2$
——— $\mu = 1$
— — — $\mu = 5$

Fig. 1

É a decomposição do composto X que regula o fenómeno visto k_2 ser muito grande em relação a k_1.

Este raciocínio só conduz a aproximações válidas quando se aplica a valores de t superiores a t_i. O período $0 < t < t_i$ é caracterizado por fortes variações de $\frac{dy^*}{dt}$ e pode considerar-se como o período perturbado do sistema, onde a aproximação indicada não é válida.

Isto equivale a dizer que se $\mu << 1$, a existência de y^* passará despercebida a partir dum curto período inicial e tudo se passa a partir daí como se a reacção fosse a seguinte:

$$X \xrightarrow{k_1} Z$$

2. $\mu >> 1$

Como neste caso k_1 é grande, relativamente a k_2, a função $x = x_0\, e^{-k_1 t}$ decresce ràpidamente e a partir dum dado momento, fim dum período perturbado a que se pode chamar de indução:

$$\frac{dx}{dt} \simeq 0 \quad e$$

$$-\frac{dy^*}{dt} = k_2\, y^* = \frac{dz}{dt}$$

ou seja

$$y^* = y_i^*\, e^{-k_2 t}$$

$$z = y_i^*\, (1 - e^{-k_2 t})$$

É agora a constante de velocidade k_2 que regula o fenómeno obtendo-se para Z uma lei de formação idêntica à do caso anterior (figura 1 $\mu = 5$). É claro que neste caso concreto a aproximação só é válida para valores de t muito maiores que no caso anterior porque por comodidade se utilizou na figura sempre o mesmo k_1.

3. Caso geral

O caso geral em que as aproximações anteriores podem não ser válidas resulta da combinação em maior ou menor grau (dependente do valor de μ) dos casos anteriores.

Na figura 1 ($\mu = 1$), apresenta-se um exemplo típico onde se vê a impossibilidade de considerar durante uma extensa zona $\frac{dy^*}{dt}$ ou $\frac{dx}{dt}$ aproximadamente zero.

Cálculo das constantes de velocidade

A. Supõem-se conhecidos, pela análise química, x (t) e z (t).

Neste caso o cálculo das constantes é fácil:

A_1 — *Casos particulares:*

1) $\mu << 1$

A constante k_1 única que interessa considerar determina-se gràficamente a partir da equação $x = x_0\, e^{-k_1 t}$ como se indica na figura 2

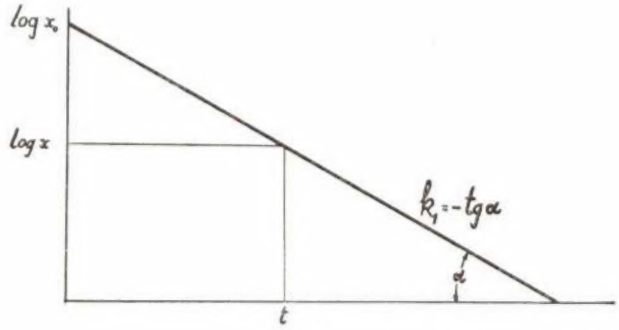


Fig. 2

por se conhecerem, por hipótese os valores de x (t) em cada instante t.

2) $\mu >> 1$

A constante que se obtém agora, por um método análogo, é k_2 e a partir dos valores instantâneos de z (t), conhecidos por hipótese.

A_2 — *Caso geral*

Calcula-se k_1 pelo método indicado em A_1 1). Traçadas as funções x (t) e z (t) obtém-se y^* pela equação (4).

O valor k_2 pode ser obtido por vários processos:

1 — Método analítico:

Calcula-se μ pela equação (11) em que este parâmetro é a única incógnita. Cálculado μ e de posse do valor de k_1 obtém-se k_2:

$$k_2 = \frac{k_1}{\mu}$$

2 — Método gráfico:

Usando a equação (3)

$$\frac{dz}{dt} = k_2\, y^*$$

onde $\frac{dz}{dt}$ e y^* são já conhecidos em cada ponto, pode obter-se uma recta de coeficiente angular k_2 e passando pela origem (Fig. 3).

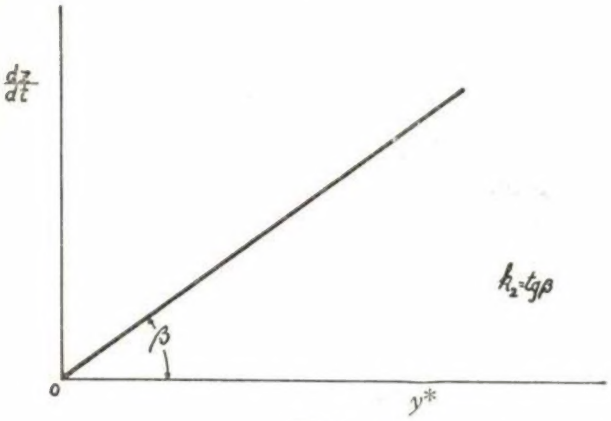


Fig. 3

B. Supõe-se dada ùnicamente a função z (t).

Supunhamos, agora o que é vulgar, que x (t) e y^* (t) são de análise impossível (ou quando possível com um erro tão grande que impossibilite o estudo nas condições de precisão em que se deseje trabalhar) e que apenas z (t) é conhecida (representação gráfica dada pela análise).

Nestas condições, os casos particulares não apresentam qualquer dificuldade sendo tratados como anteriormente se indicou.

B_1. Vejamos o caso geral:

Tomando a equação (7) ou o que é o mesmo

$$x_0 - z(t) = \frac{\mu}{\mu - 1} e^{-k_2 t} + \frac{1}{1-\mu} e^{-k_1 t}$$

se μ é inferior a 1, ainda que relativamente próximo, o primeiro termo do segundo membro é muito menor que o segundo, longe da origem dos tempos, e a equação anterior transforma-se em

$$x_0 - z(t) = \frac{1}{1-\mu} e^{-k_1 t} \quad \text{ou}$$

$$\log(x_0 - z(t)) = -k_1 t + \log \frac{1}{1-\mu} \tag{12}$$

Uma representação conveniente permite obter k_1 e μ, podendo conhecer-se imediatamente x (t) e y^* (t).

Se μ é superior a 1 o mesmo raciocínio conduz a

$$\log(x_0 - z(t)) = -k_2 t + \log \frac{\mu}{\mu - 1}. \tag{13}$$

Exemplo prático:

Considere-se a figura 4 onde a curva z (t) foi obtida experimentalmente e é o único elemento conhecido do sistema:

A representação de log (x_0 — z (t)) em função de t apresenta-se na figura 5, onde se verifica que o ramo inferior da curva é uma recta de equação (12) ou (13).

O coeficiente angular desta recta é

$$m = \frac{\log_{10} 1 - \log_{10} 0.123}{-142}$$

ou seja

$$k_{1 \text{ ou } 2} = 0.9065 \times 2{,}301 = 0.015$$

A ordenada na origem é igual a $\log_{10} 2$ ou seja

$$\frac{1}{1-\mu} = 2 \quad \text{ou} \quad \frac{\mu}{\mu - 1} = 2$$

consoante se aplica a equação (12) ou a (13)

e $\mu = 0{,}5$ ou $\mu = 2$

Isto quere dizer que o par de valores que resolve o problema pode ser

$$\begin{matrix} k_1 = 0.015 \\ k_2 = 0.03 \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} k_1 = 0.03 \\ k_2 = 0.015 \end{matrix}$$

ou ainda que com os elementos conhecidos há duas soluções possíveis. Os x x e y^* y^* correspondentes às duas soluções do problema estão indicados na figura 4. Seguindo este método pode portanto conhecer-se o valor das constantes mas não pode saber-se qual dos dois valores obtidos é o valor de k_1.

Este facto é natural visto que se se representar $\frac{\mu}{\mu - 1}$ para $\mu > 1$ e $\frac{1}{1-\mu}$ para $\mu < 1$ em função de μ, se obtém a função indicada na figura 6 que mostra existirem, para cada valor de $x_0 - z_0$ dois valores de μ possíveis.

$x_0 - z_0$ representa o valor de

$$\frac{\mu}{\mu - 1} \ (\mu > 1) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{1-\mu} \ (\mu < 1).$$

O método anterior permite assim desdobrar a função z (t) nas funções x_1, y^*_1, ou x_2, y^*_2.

Para conhecer qual das duas soluções é a verdadeira é necessário obter mais dados sobre o

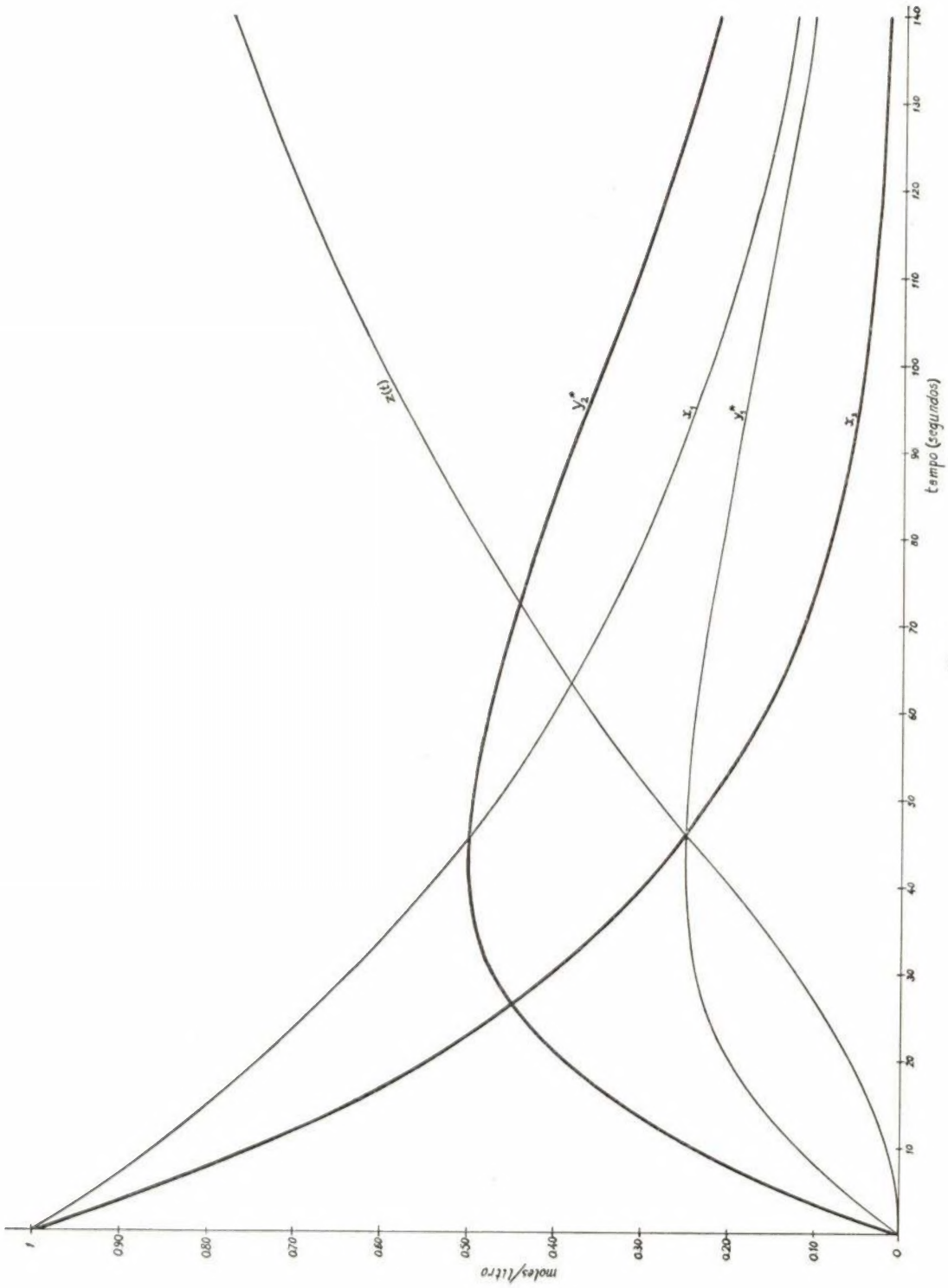

z(t)
y_2^*
x_1
x_1^*
x_2
tempo (segundos)
moles/litro
0
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140

Fig. 4

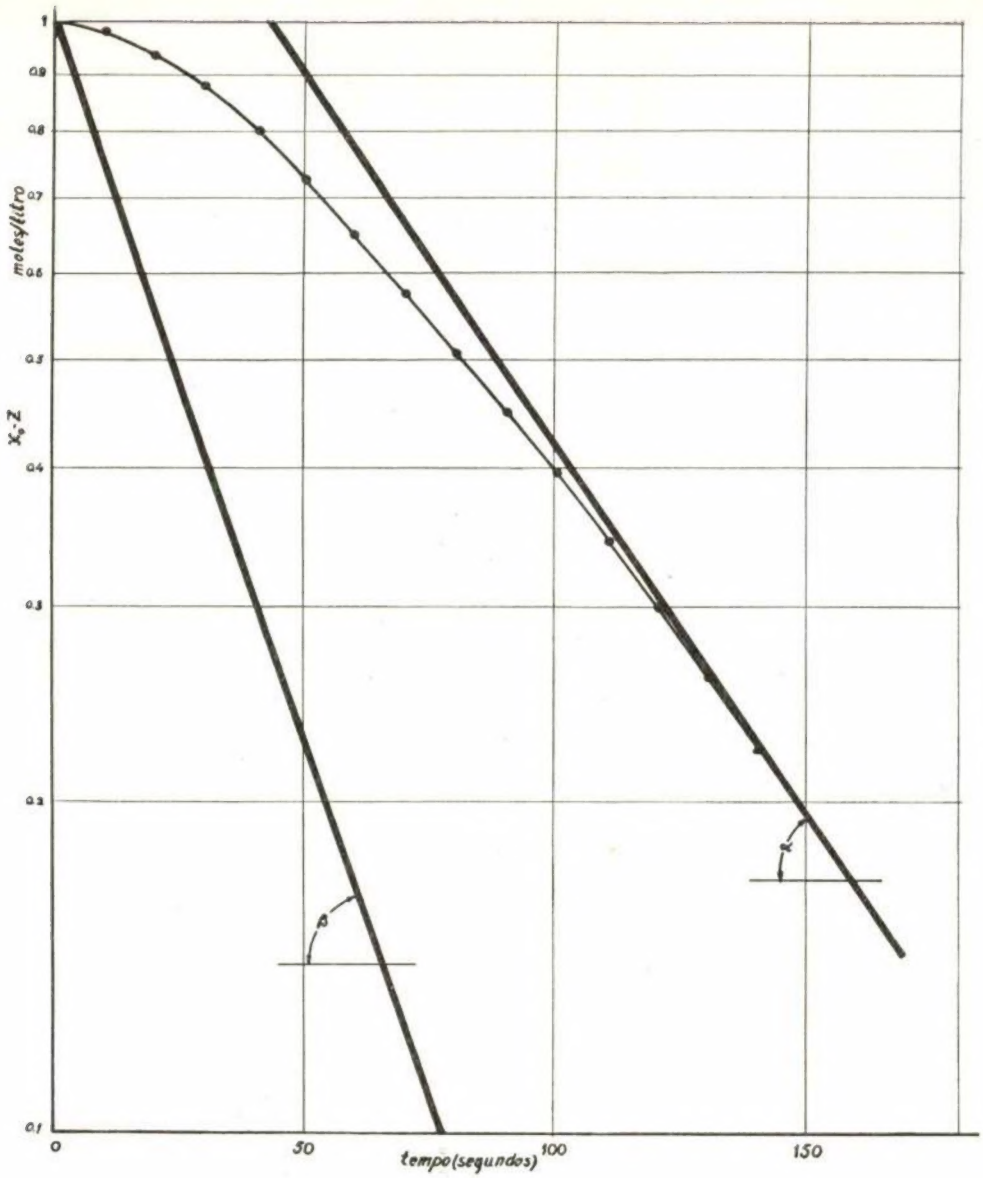


Fig. 5

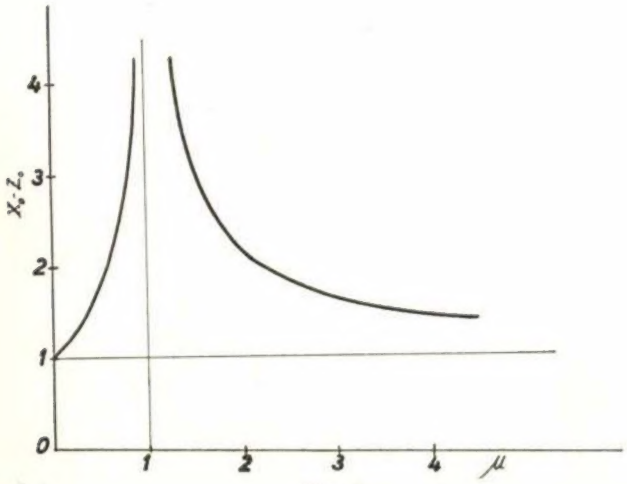


Fig. 6

sistema em reacção. Um dos processos será o de tentar localizar um ponto de x, por via analítica.

Mesmo que esse ponto enferme de grande erro poderá dar indicações preciosas que permitam fazer a escolha.

Os valores de k_1 e k_2 anteriormente obtidos devem ser sempre verificados, introduzindo-os na curva z (t): se a não reproduzirem faz-se variar ligeiramente a recta que os permitiu obter no sentido conveniente até que isso aconteça.

Deve ainda procurar-se traçar a recta numa zona suficientemente afastada da origem para que a aproximação cometida tenha sentido e suficientemente afastada do fim da reacção para que o erro relativo, que é grande nessa zona não